

## 第十三届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动

## 趣味数学解题技能展示大赛初赛 五年级模拟卷（三）

## 一、填空题 I（每题 8 分，共 40 分）

## 1、计算

$$\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \cdots + 1994\frac{1995}{1996} + 1995\frac{1996}{1997} = \\ 3\frac{1}{3} + 5\frac{2}{4} + 7\frac{3}{5} + \cdots + 3989\frac{1994}{1996} + 3991\frac{1995}{1997} =$$

解析：分数计算，通过观察，分子与分母中的每一个分数分母相同，则分子是几倍，则这两个数就存在几倍关系，化为简分数后易得，原式= $\frac{1}{2}$

## 2、与 2014 最接近的质数是 \_\_\_\_\_。

解析：与 2014 最接近的质数为 2011。

## 3、用 3、4、5、8 四张数字卡片可以组成 24 个不同的四位数，这 24 个四位数的平均数是\_\_\_\_\_。

解析：在组成的四位数中，每一个数位上每个数字会出现 6 次，则这 24 个数之和为  $(3+4+5+8) \times 6 \times 1111$ ，则它们的平均数为 5555。

## 4、某个月内有 3 个星期日的日期都是偶数，你知道该月 20 日是星期\_\_\_\_\_。

解析：日期中的推理问题；在每一个月中每个星期数都会至少出现 4 次，日期必然是一奇一偶，而星期日出现了 5 次，所以第一个日期必然是偶数，一定为 2 号， $(20-2) \div 7 = 2 \cdots 4$ ，则 20 号为周四。

5、甲乙丙丁四兄弟各收藏了一些宝石，每天早上他们都要聚在一起，重新分配宝石，分配的规则是：拥有宝石最多的人分给其他三人每人 1 颗，如果第 1 天早上分配完之后，甲乙丙丁各有 10、7、5、4 颗宝石，那么第 100 天早上分配完之后，四个人手中各有\_\_\_\_\_颗宝石。

解析：规律性问题；通过找规律发现每四次为一组， $100 \div 4 = 25$ ，则为最后一组，分别为 6、7、5、8

## 二、填空题 II（每题 10 分，共 50 分）

## 6、从 1 到 2014 这 2014 个数中，共有\_\_\_\_\_个数与四位数 8765 相加时，至少发生一次进位。

解析：加乘原理；这个数与四位数 8765 相加时至少发生一次进位，个位、十位、百位、千位均可以进位，所以可以找出不进位的数，

千位可选 0、1，有 2 种选择，

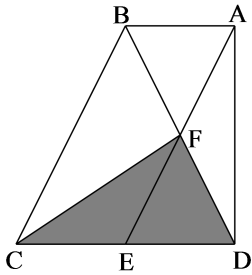
百位可选 0、1、2，有 3 种选择，

十位可选 0、1、2、3，有 4 种选择，

个位可选 0、1、2、3、4，有 5 种选择，

去掉每一位都为 0 的数有： $2 \times 3 \times 4 \times 5 - 1 = 119$ ，则会进位的数有： $2014 - 119 = 1895$

7、如图， $ADE$  是一个直角三角形，它们组合成了梯形  $ABCD$ 。 $ABCE$  是平行四边形。如果这个梯形的上底、下底和高分别为 3、7 和 6 厘米，则图中阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_。



解析：平面几何之面积； $\triangle BCD$  的面积是  $7 \times 6 \div 2 = 21$ ，根据沙漏得出  $BF:FD = 3:4$ ，所以  $\triangle FCD$  的面积是  $21 \times \frac{4}{7} = 12$

8、爷爷对孙子说：“我现在的年龄是你的 7 倍，过几年是你的 6 倍，再过若干年就分别是你的 5 倍、4 倍、3 倍、2 倍。”爷爷分别 \_\_\_\_\_ 岁。

解析：最小公倍数；根据年龄差不变，得出年龄差是 6,5,4,3,2,1 的最小公倍数，为 60，则孙子为  $60 \div 6 = 10$ ，爷爷为 70 岁。

9、自然数的平方按由小到大的顺序排成，14916253649……，第 351 个位置的数字是 \_\_\_\_\_。

解析：页码问题；

一位平方数有： $1^2 - 3^2$ ， $1 \times 3 = 3$

二位平方数有： $4^2 - 9^2$ ， $2 \times 6 = 12$

三位平方数有： $10^2 - 31^2$ ， $3 \times 22 = 66$

四位平方数有： $32^2 - 99^2$ ， $4 \times 68 = 272$

$3 + 12 + 66 + 272 = 353$

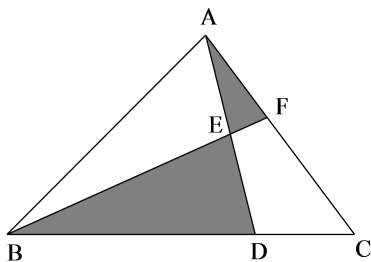
则这个数字是 99 的平方数的倒数第三位， $99^2 = 9801$ ，则第 351 位是 8

10、一种电子表 10 点 20 分 8 秒时，显示数字是 10:20:08，那么从 10 点到 12 点这段时间内，电子表的 6 个数字都不相同的情况共有 \_\_\_\_\_ 种。

解析：加乘原理，在 10-12 点之间，要求数字各不相同，则 11 点不符合，另外 12 点也不符合，则先考虑分钟的十位，有 4 种选择；秒的十位有 3 种选择；他们的个位分别有 6,5 种选择， $4 \times 3 \times 6 \times 5 = 360$  种。

### 三、填空题 III（每题 12 分，共 60 分）

11、下图中，三角形  $ABC$  面积为 72 平方分米， $BD$  是  $DC$  的 2 倍， $AE = ED$ 。两个阴影三角形面积和是 \_\_\_\_\_。



解析：平面几何之面积；阴影的面积和为  $72 \div 5 \times 2 = 28.8$

12、下图中，2005 这个数是第\_\_\_\_\_行第\_\_\_\_\_列。

0	3	8	15	...
1	2	7	14	...
4	5	6	13	...
9	10	11	12	...
...	...	...	...	...

**解析：**知识点为：数列之求数的位置

结合规律根据就近原则解题。

找出一个接近 2005 的数，通过确定这个数的位置，来确定 2005 的位置。

第一步：每一行的第一个数都是行数的平方，找接近 2005 的平方数

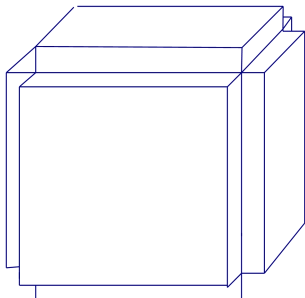
经过估算： $44^2 = 1936$ ;  $45^2 = 2025$ ；即第 44 行的第一个数是 1936，这一行一共有连续的 44 个数，2005 不在这一行；同理第 45 行的第一个数是 2025，2005 不在这一行。

第二步：每一个列的第一个数也和平方数有关系：列数的平方减一。

结合第一步的结算  $45^2 - 1 = 2024$ ，第 45 列的第一个数是 2024，这一列里有从大到小连续的 45 个自然数，2005 在其中的第  $2024 - 2005 + 1 = 20$  个数。

所以 2005 是第 20 行，第 45 列。

13、用 455 个棱长为 1 的小正方体粘成一个大的长方体，若拆下沿棱的小正方体，则余下 371 个小正方体，问大长方体的棱长分别是\_\_\_\_\_。拆下沿棱小正方体后的多面体的表面积是\_\_\_\_\_。



**解析：**立体几何与数论结合

$$455 = 5 \times 7 \times 13,$$

$$4 \times \text{长} + 4 \times (\text{宽} - 2) + 4 \times (\text{高} - 2) = 455 - 371$$

$$\text{长} + \text{宽} + \text{高} = 25$$

所以：长方体的长宽高为：5, 7, 13

通过比较法，表面积在原长方体的基础上减少了  $8 \times 3 = 24$

$$\text{答案为：} (5 \times 7 + 5 \times 13 + 7 \times 13) \times 2 - 24 = 167 \quad (5 \times 7 + 5 \times 13 + 7 \times 13) \times 3 - 24 = 358$$

14、甲以每分钟 50 米，乙以每分钟 70 米的速度分别从  $A$ 、 $B$  两地同时出发相向而行，结果他们在离中点 100 米相遇；如果乙在途中休息一会，他们会在距离两地中点 250 米的某处相遇。乙在途中休息了\_\_\_\_\_分钟。

解析：行程问题；相遇时间为  $100 \times 2 \div (70 - 50) = 10$  分，全程为  $10 \times (70 + 50) = 1200$  米，则乙走了

$(1200 \div 2 - 250) \div 70 = 5$  分，甲走了  $(1200 \div 2 + 250) \div 50 = 17$  分，所以乙休息了  $17 - 5 = 12$  分。

15、象棋比赛中，每位选手与其他选手赛一场，赢者得 2 分，负者得 0 分，平局二人各得 1 分。现有四位学生统计全部选手总分为 1979、1980、1984、1985。但只有一个统计正确。问共有\_\_\_\_\_位选手比赛。

解析：体育比赛中的数学；比赛场次等于队数  $\times$  (队数-1)  $\div 2$ ，又知比分是 2 分制的，所以得分之和一定为

队数  $\times$  (队数-1)，一定为偶数，且为两个连续数的乘积，通过分解质因数得  $1980 = 45 \times 44$ ，所以选手有 45 名。