

第二十届华罗庚金杯少年数学邀请赛

初赛 A 试卷（初二组）

（时间：2015 年 3 月 14 日 10:00—11:00）

一、选择题（每小题 10 分，共 60 分。以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将表示正确答案的英文字母写在每题的圆括号内。）

1. 已知在三角形 ABC 中， $3AB = 4BC$ ， BE 是 $\angle ABC$ 的角平分线，且 E 在 AC 上。过 C 作 BE 的垂线，垂足为 D 。如果 $\triangle BCD$ 的面积为 3，则三角形 ABC 的面积为（ ）。

(A) $\frac{9}{4}$ (B) 16 (C) 4 (D) 8

2. 已知实数 a, b, c 满足 $\{a+b\} = \{b+c\} = \{c+a\} = \frac{1}{3}$ ，其中 $\{x\}$ 定义为 $x - [x]$ ， $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，那么 $\{a+b+c\}$ 有（ ）种可能的取值。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 如果在等腰三角形 ABC 中， $A(\sqrt{3}, 0)$ ， $B(0, -1)$ ，点 C 在坐标轴上，那么满足条件的点 C 有（ ）个。

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

4. 用一批相同的机器计划加工一种工件。实际工作时，上午每台机器加工的工件数比计划要加工的数目多 5 件，下午每台机器加工的工件数为 13 件。这样 8 台机器上午加工的工件数目超过了 164 件，而且 5 台机器一天加工的工件数目比 8 台机器在上午加工的工件数多。那么一台机器原计划上午加工工件（ ）个。

(A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 15

第二十届华罗庚金杯少年数学邀请赛初赛 A 试卷（初二组）

5. 设 a, b, c, d, e 为非负实数, 且 $a+b+c+d+e=1$, 记 $a+b+c$, $b+c+d$, $c+d+e$ 的最大值为 M , 则 M 的最小值是 () .

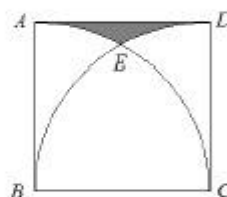
(A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

6. 一个网格, 小网格都是单位正方形. 小明拟以格点为顶点尝试连接出正三角形, 正方形, 正六边形和正八边形. 实际上, 小明只能连接出其中 () 种类型.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

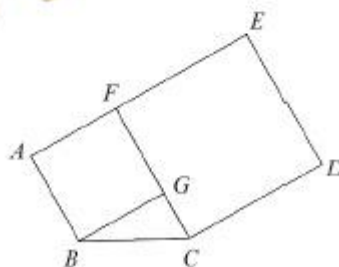
二、填空题 (每小题 10 分, 共 40 分)

7. 在右图中, 分别以正方形 $ABCD$ 的顶点 B 和 C 为圆心, BC 为半径作圆, 在正方形区域内交于 E 点. 如果图中阴影 AED 部分的面积是 $4\left(1-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$, 则正方形 $ABCD$ 的边长等于_____.



8. 某同学用纸剪凸四边形, 凸五边形, 凸六边形. 每种至少剪一个, 剪出的多边形共有 95 条边, 那么所剪的多边形中的内角是直角的个数最多是_____个. (提示: 凸多边形的内角均小于 180°).

9. 如右图所示, 五边形由大、小两个正方形和一个直角三角形拼成. 已知五边形的各边长都是整数厘米, 两个正方形面积之差等于 33 平方厘米, 则这个五边形的周长等于_____厘米.



10. 若 a, b, c 取自 1 到 9 之间的数字, $a, \overline{bc}, \overline{cb}$ 是三个质数, $S(a), S(\overline{bc}), S(\overline{cb})$ 分别表示它们的各位数字之和. 如果 $S(\overline{bc}) + S(\overline{cb}) = S(a \times \overline{bc} \times \overline{cb})$, 那么 $a \times \overline{bc} \times \overline{cb} =$ _____.