

2015年“数学花园探秘”科普活动

小学中年级组决赛试卷A 详解

一、填空题I（每小题8分，共32分）

1. 算式 $5 \times 13 \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16)$ 的计算结果是_____.

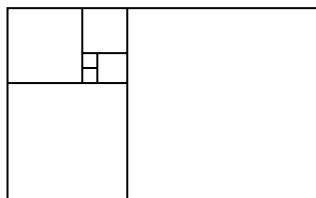
【考点】计算

【难度】☆

【答案】2015

【分析】 $5 \times 13 \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16) = 5 \times 13 \times 31 = 2015$

2. 右图中7个小正方形拼成一个大长方形。如果这7个小正方形的边长从小到大依次是1、1、2、3、5、8、13，那么这个大长方形的周长是_____.



【考点】几何

【难度】☆

【答案】68

【分析】长方形的宽是最大正方形的边长，为13；长方形的长为最大正方形与次大正方形的边长之和，为 $8+13=21$ ，所以长方形的周长为 $(13+21) \times 2 = 68$.

3. 小数、小学、小花、小园、探秘5人获得了跳远比赛的前5名（无并列），他们说：

小数：“我的名次比小学好”；

小学：“我的名次比小花好”；

小花：“我的名次不如小园”；

小园：“我的名次不如探秘”；

探秘：“我的名次不如小学”。

已知小数、小学、小花、小园、探秘分别获得第A、B、C、D、E名且他们都是从不说谎的好学生，

那么五位数 $\overline{ABCDE} =$ _____.

【考点】逻辑推理

【难度】☆

【答案】12543

【分析】首先将每句话的顺序统一成“某人比某人好”，如下：

小数比小学好；小学比小花好；小园比小花好；探秘比小园好；小学比探秘好；

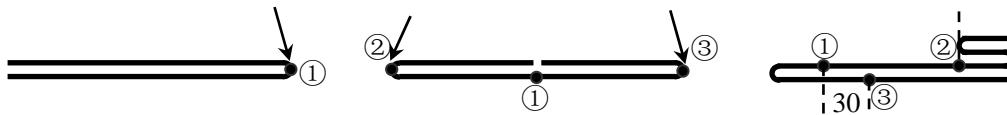
然后调整一下句子的顺序，如下：

小数比小学好；小学比探秘好；探秘比小园好；小园比小花好；

因此五个人的顺序为小数（第1）、小学（第2）、探秘（第3）、小园（第4）、小花（第5），所以

$\overline{ABCDE} = 12543$.

4. 有一根绳子，第一次把它按下左图方式对折，在对折处标记①；第二次我们将它按下中图方式对折，在对折处分别标记②、③；第三次我们将它按下右图方式对折。如果下右图中①号点和③号点之间的距离为 30 厘米，那么这根绳子的总长度是_____厘米。（绳子之间无缝隙，绳粗以及转弯处损耗都忽略不计）



【考点】和差倍

【难度】☆☆

【答案】360

【分析】由第二幅图可知，①到②、①到③、②到端点、③到端点的距离全相等；由第3幅图可知，②到端点的绳子被平均分成3份，由于①到②、③到端点的距离相等，所以每一份的距离等于30厘米，则②到端点的绳长为 $30 \times 3 = 90$ 厘米，绳子的总长度为 $90 \times 4 = 360$ 厘米。

二、填空题II（每小题10分，共40分）

5. 期末了，希希老师买来同样数量的签字笔、圆珠笔和橡皮发给班上学生。发给每位学生2支签字笔、3支圆珠笔和4块橡皮后，发现圆珠笔还剩下48支，剩下的签字笔数量恰好是剩下橡皮数量的2倍，聪明的你赶紧算一算，希希老师班上一共有_____名学生。

【考点】等差数列

【难度】☆☆

【答案】16

【分析】签字笔、圆珠笔和橡皮的总量相同，发出去的数量为等差数列，那么剩下的数量也为等差数列，圆珠笔剩下48支，所以签字笔与橡皮剩下的数量之和为 $48 \times 2 = 96$ ，又知剩下的签字笔数量恰好是剩下橡皮数量的2倍，所以剩下橡皮的数量为 $96 \div (2+1) = 32$ 块，所以有学生 $(48 - 32) \div (4 - 3) = 16$ 名。

6. 右图的两个竖式中，相同的字母代表相同的数字，不同的字母代表不同的数字。那么四位数 $\overline{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$\begin{array}{r} & A & B & C & D \\ - & E & F & G & H \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} & P & C & B \\ + & & E & F \\ \hline & 1 & 3 & 1 \end{array}$$

【考点】数字迷

【难度】☆☆

【答案】4608

【分析】首先由加法竖式可知， $P=1$ ， B 、 F 不同且只能为11，于是 C 、 E 之和为2，只能是0+2，首位不能为0，则 $C=0$, $E=2$ 。

再看减法竖式， B 、 F 不同且差为0，只能是 B 比 F 大1，又知两数和为11，则 $B=6$, $F=5$ ；另外 $B-F$ 不借位，所以 $A=4$ ，已经确定的数如下图所示：

$$\begin{array}{r} & 4 & 6 & 0 & D \\ - & 2 & 5 & G & H \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} & 1 & 0 & 6 \\ + & & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 1 \end{array}$$

G 只能是 8 或 9, 若为 8, 剩下未用的数字为 3、7、9, 不可能使差的个位为 5, 所以 $G=9$, $D=8$, $H=3$. 所以 $\overline{ABCD}=4608$.

7. 小明和小强常去图书馆看书. 小明在一月份的第一个星期三去图书馆, 此后每隔 4 天去一次 (即第 2 次去是星期一); 小强是一月份的第一个星期四去图书馆, 此后每隔 3 天去一次; 如果一月份两人只有一次同时去了图书馆, 那么这一天是 1 月 _____ 号.

【考点】周期问题

【难度】☆☆☆

【答案】17

【分析】本题有两种情况, 一种是两人第一次去图书馆在同一周, 另一种为第一周从周四开始, 两人第一次去图书馆不在同一周.

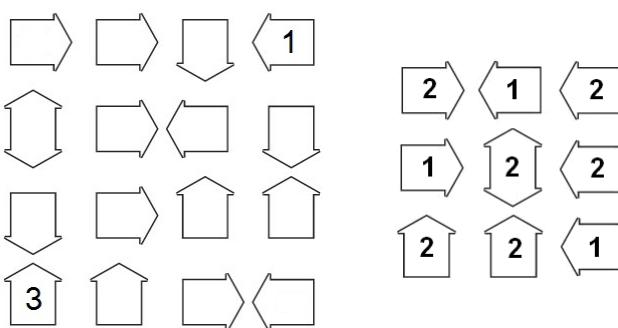
若为第一种情况, 用 \triangle 表示小明去图书馆的时间, \circ 表示小强去图书馆的时间, 如下图所示. 到第四周周日时出现了两次同时去图书馆的情况, 因此这一天不属于 1 月; 而 1 月 1 日最早只能从上周五开始, 天数只有 30 天, 因此这种情况不满足题意;

一	二	三	四	五	六	日
\times	\times	\times	\times	\checkmark		
		\triangle	\circ			
$\triangle \circ$				\circ	\triangle	
	\circ		\triangle		\circ	
	\triangle	\circ				$\triangle \circ$

若为第 2 种情况, 则 1 号周四, 31 号周六, 恰好只有 1 天两人同时去图书馆, 这一天是 17 号.

一	二	三	四	五	六	日
\times	\times	\times	\circ			
\circ		\triangle		\circ		
\triangle	\circ				$\circ \triangle$	
		\circ	\triangle			\circ
	\triangle	\circ				

8. 请在下图的每个箭头里填上适当的数字, 使得箭头里的数字表示箭头所指方向有几种不同的数字, 其中双向箭头表示箭头所指的两个方向的全部数字里有多少种不同的数字. 那么下图中第二行从左到右所填数字依次组成的四位数是 _____ (右图是一个 3×3 的例子).

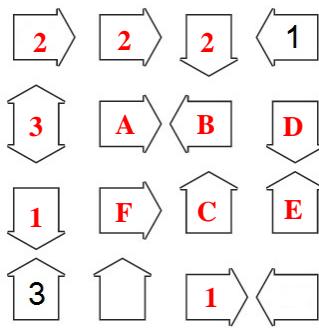


【考点】逻辑推理

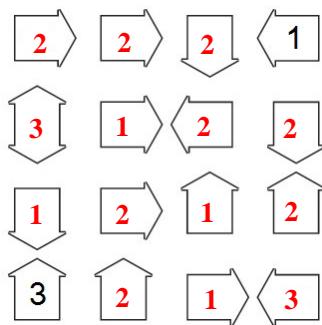
【难度】☆☆☆

【答案】3122

【分析】从第四行第一个 3 以及指一个数时必须为 1 入手, 容易填出下面的数:



再看 A 与 B, A 不可能是 3, 所以 B 只能为 2, 所以 C 为 1; D 不能为 1, 否则第 4 列均为 1, 而第 4 列最后一个数至少为 2, 矛盾, 因此 D 为 2, E 为 2, 于是 A 为 1, F 为 2, 剩余两个分别为 2 和 3, 完整填法如下:



三、填空题III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 一个骰子，各面点数已画好，分别为 1~6；从空间一点看，能看到的不同点数的组合一共有 _____ 种。

【考点】计数

【难度】☆☆☆☆

【答案】26

【分析】从每个面的正前方看过去，只能看到一个面，正方体有 6 个面，所以有 6 种情况；
从每条棱的正前方看过去，能看到与棱相邻的两个面，正方体共 12 条棱，所以有 12 种情况；
从每个顶点看过去，能看到 3 个面，正方体有 8 个顶点，所以有 8 种情况。
综上共有 $6+12+8=26$ 种情况。

10. 二十世纪（1900 年~1999 年）的某一天，弟弟对哥哥说：“哥哥，你看，把你出生年份中的四个数字加起来，就是我的年龄。”哥哥接着说道：“亲爱的弟弟，你说得对！对我来说也是一样的，把你出生年份的四个数字加起来就是我的年龄。另外如果把我们各自年龄的两个数字对调一下就能得到对方的年龄。”已知兄弟俩出生的年份不同，那么这段对话发生在 _____ 年。

【考点】数字问题

【难度】☆☆☆☆

【答案】1941

【分析】(1) 二十世纪年份数字和最大只能是 $1+9+9+9=28$ ，所以两人的年龄均不大于 28，又知二人年龄数字对调能达到对方的年龄，所以这两人的年龄只能是 21 与 12 岁；

(2) 设哥哥出生年份为 $\overline{19ab}$ ，弟弟出生年份为 $\overline{19cd}$ ，两人的年龄差为：

$$19cd - 19ab = \overline{cd} - \overline{ab} = 10c + d - 10a - b ;$$

哥哥的年龄可用弟弟出生年份的数字和表示，所以哥哥的年龄为 $1+9+c+d=10+c+d$ ，

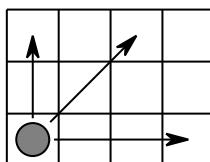
弟弟的年龄可用哥哥出生年份的数字和表示，所以弟弟的年龄为 $1+9+a+b=10+a+b$ ，

所以哥哥与弟弟的年龄差又等于： $(10+c+d)-(10+a+b)=c+d-a-b$ ，

于是有 $10c+d-10a-b=c+d-a-b \Rightarrow a=c$ ；

(3) 弟弟 12 岁，所以 $a+b=2$ ， (a, b) 只有 3 中情况： $(0,2)$ 、 $(2,0)$ 、 $(1,1)$ ；哥哥 21 岁，所以 $c+d=11$ ， c 最小为 2，所以 $a=c=2$ ，哥哥出生年份为 1920，弟弟出生年份为 1929，对话发生在 $1920+21=1941$ 年。

11. 甲和乙在一张 20×15 的棋盘上玩游戏。开始时把一个皇后放在棋盘除了右上角外的某格内；从甲开始，两个人轮流挪动皇后，每次可以按直线或者斜线走若干格，但只能往右、上或右上走；谁把皇后挪到了右上角的格子，谁就获胜。那么在这个棋盘上，有_____个起始格是让甲有必胜策略的。



【考点】必胜策略

【难度】☆☆☆☆

【答案】287

【分析】从右上角开始倒推，必胜的格打√，否则打⊗：

√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√	⊗	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	⊗	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	⊗	√	√	√
√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√

共 $15 \times 20 - 12 - 1 = 287$ 个格甲有必胜策略.

12. 作答要求:

- (1) 请在答题卡第 12 题的万位 + 千位, 填涂上你认为本试卷中一道最佳试题的题号;
如认为本试卷第 6 题出得最好, 那么请在万位填涂“0”, 千位填涂“6”.
- (2) 请在答题卡第 12 题的百位, 填涂上你认为本试卷整体的难度级别;
最简单为“0”, 最难为“9”, 总计十个级别.
- (3) 请在答题卡第 12 题的十位 + 个位, 填涂上你认为本试卷中一道最难试题的题号;
如认为本试卷第 10 题最难, 那么请在十位填涂“1”, 个位填涂“0”.