

## 五年级组初试试卷 A 详解

## 一. 填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 算式  $5 \times \frac{(2014-12) \times 20}{930-830}$  的计算结果是\_\_\_\_\_.

【考点】分数计算

【难度】☆

【答案】2002

【分析】原式  $= 5 \times \frac{2002 \times 20}{100} = 2002$

2. 数学小组原计划将 72 个苹果发给学生, 每人发的苹果数量一样多, 后来又有 6 人加入小组, 这样每个学生比原计划少发了 1 个苹果. 那么, 原来有\_\_\_\_\_名学生.

【考点】因数与倍数

【难度】☆☆

【答案】18

【分析】前后两次每人分到的苹果数量相差 1, 且都是 72 的因数, 72 的相差 1 的因数对有 (1,2) (2,3) (3,4) 和 (8,9), 经试因数对 (3,4) 符合要求: 前后人数分别为  $72 \div 4 = 18$  人和  $72 \div 3 = 24$  人.

3. 在如图每个方框中填入一个数字, 使得乘法竖式成立. 那么, 两个乘数的和是\_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r}
 \square\square \\
 \times \quad \square 5 \\
 \hline
 \square 1\square \\
 \square 0\square \\
 \hline
 2\square\square\square
 \end{array}$$

【考点】竖式数字谜

【难度】☆☆☆

【答案】118

【分析】如下左图所示,  $\square 1\square$  是被乘数的 5 倍, 其百位数字不可能是 9, 则乘积的百位处加法没有进位, 易知  $\square 0\square$  的百位为 2, 如右图所示;

$$\begin{array}{r}
 \square\square \\
 \times \quad \square 5 \\
 \hline
 \square 1\square \\
 \square 0\square \\
 \hline
 2\square\square\square
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \square\square \\
 \times \quad \square 5 \\
 \hline
 \square 1\square \\
 \underline{2}0\square \\
 \hline
 2\square\square\square
 \end{array}$$

$20\square$  作为一个两位数 and 一位数的乘积, 对其进行枚举拆分:

$200 = 50 \times 4 = 40 \times 5$ , 但 50 和 40 的 5 倍均不能得到  $\square 1\square$ ;

$201 = 67 \times 3$ , 67 的 5 倍不能得到  $\square 1\square$ ;

202 无法分解为两位数与一位数的乘积;

$203 = 29 \times 7$ ，29 的 5 倍不能得到  $\square\square$ ；

$204 = 68 \times 3 = 51 \times 4$ ，68 和 51 的 5 倍不能得到  $\square\square$ ；

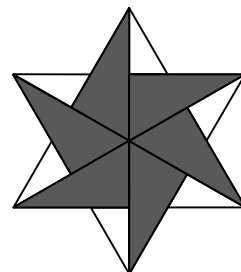
$205 = 41 \times 5$ ，68 和 51 的 5 倍不能得到  $\square\square$ ；

206 无法分解为两位数与一位数的乘积；

$207 = 69 \times 3 = 23 \times 9$ ，其中  $23 \times 5 = 115$  符合要求；

综上，这个乘法算式为  $23 \times 95$ ，两个乘数之和为  $23 + 95 = 118$ 。

4. 右图六角星的 6 个顶点恰好是一个正六边形的 6 个顶点。那么阴影部分面积是空白部分面积的 \_\_\_\_\_ 倍。

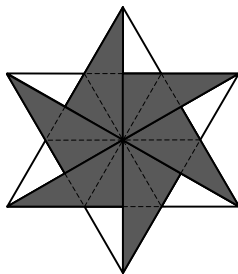


【考点】图形分割

【难度】☆☆

【答案】3

【分析】如下图将原图形分割为完全相同的 24 个小三角形，其中空白部分 6 块，阴影部分 18 块，显然阴影部分面积是空白部分的 3 倍。



## 二. 填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5.  $A$  和  $B$  是两个非零自然数,  $A$  是  $B$  的 24 倍,  $A$  的因数个数是  $B$  的 4 倍, 那么  $A$  与  $B$  的和最小是 \_\_\_\_\_。

【考点】因数个数定理

【难度】☆☆☆

【答案】100

【分析】若  $\begin{cases} A=2 \\ B=48=2^4 \times 3 \end{cases}$ ,  $A$  的因数个数为 2,  $B$  的因数个数为  $5 \times 2 = 10$ , 不符合要求;

若  $\begin{cases} A=3 \\ B=72=2^3 \times 3^2 \end{cases}$ ,  $A$  的因数个数为 2,  $B$  的因数个数为  $4 \times 3 = 12$ , 不符合要求;

若  $\begin{cases} A=4=2^2 \\ B=96=2^5 \times 3 \end{cases}$ ,  $A$  的因数个数为 3,  $B$  的因数个数为  $6 \times 2 = 12$ , 符合要求;

可见  $A + B$  的最小值为  $4 + 96 = 100$ 。

6. 珊珊和希希各有若干张积分卡.

珊珊对希希说:“如果你给我 3 张, 我的张数就是你的 3 倍.”

希希对珊珊说:“如果你给我 4 张, 我的张数就是你的 4 倍.”

珊珊对希希说:“如果你给我 5 张, 我的张数就是你的 5 倍.”

这三句话中有一句话是错的. 那么, 原来希希有\_\_\_\_\_张积分卡.

【考点】逻辑推理

【难度】☆☆

【答案】9

【分析】设珊珊和希希的积分卡数量分别为  $x$  和  $y$ ;

若第一句和第二句是对的, 则  $\begin{cases} x+3=3(y-3) \\ y+4=4(x-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y-x=12 \\ 4x-y=20 \end{cases}$ , 无整数解;

若第一句和第三句是对的, 则  $\begin{cases} x+3=3(y-3) \\ x+5=5(y-5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y-x=12 \\ 5y-x=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=9 \end{cases}$ , 即希希原来有 9 张积分卡,

经验证符合题目要求.

7. 将 1 至 8 填入方格中, 使得数列  $\square\square, 9, \square\square, \square\square, \square\square$  从第三个项开始, 每一项都等于前面两项的和, 那么这个数列的所有项之和是\_\_\_\_\_.

【考点】横式数字谜

【难度】☆☆☆

【答案】198

【分析】第三个数比第一个数多 9, 第四个数比第三个数多 9;

若第一个数除以 9 余  $a$ , 则第三个数和第四个数也余  $a$ , 第五个数则余  $2a$ , 五个数总和除以 9 余  $4a$ ;

而由于  $1+2+3+\cdots+9=45$  是 9 的倍数, 易知  $a=0$ , 即这五个数都是 9 的倍数;

若设第一个数为 18, 则这五个数分别为 18, 9, 27, 36, 63; 6 出现两次不符合要求;

若设第一个数为 27, 则这五个数分别为 27, 9, 36, 45, 81; 符合要求.

所有项之和为  $27+9+36+45+81=198$ .

8. 甲、乙、丙三户人家打算订阅报纸, 共有 5 种不同的报纸可供选择, 已知每户人家都订两份不同的报纸, 并且知道这三户人家每两户所订的报纸恰好有一份相同, 那么三户人家共有种不同的订阅方式.

【考点】计数问题

【难度】☆☆☆

【答案】180

【分析】每两户恰有 1 份报纸相同, 只有两种类型:  $(ab, ac, ad)$  和  $(ab, ac, bc)$ ;

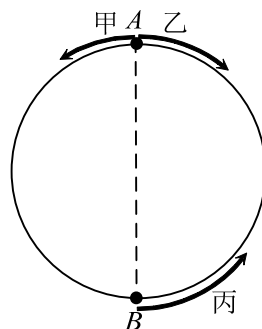
$(ab, ac, ad)$  中需要 4 种类型的报纸, 其中有一种报纸出现 3 次, 共  $C_5^1 \times A_4^3 = 5 \times 24 = 120$  种;

$(ab, ac, bc)$  中需要 3 种类型的报纸, 共  $C_5^3 \times A_3^3 = 10 \times 6 = 60$  种;

综上, 合计  $120+60=180$  种订阅方式.

### 三. 填空题Ⅲ (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 如图,  $A$ 、 $B$  为圆形轨道一条直径的两个端点. 甲、乙、丙三个微型机器人在环形导轨上同时出发, 作匀速圆周运动. 甲、乙从  $A$  出发, 丙从  $B$  出发; 乙顺时针运动, 甲、丙逆时针运动. 出发后 12 秒钟甲到达  $B$ , 再过 9 秒钟甲第一次追上丙时恰好也和乙第一次相遇; 那么当丙第一次到达  $A$  后, 再过\_\_\_\_\_秒钟, 乙才第一次到达  $B$ .



【考点】环形跑道

【难度】☆☆☆

【答案】56

【分析】设半周长为  $[12, 21] = 84$ , 则甲的速度为  $84 \div 12 = 7$ ;

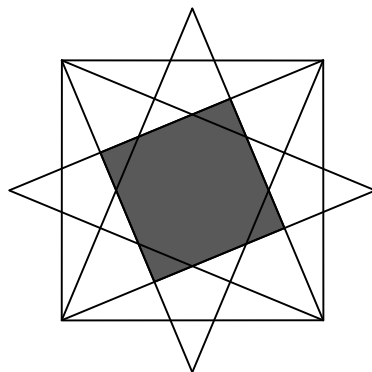
甲用  $12 + 9 = 21$  秒追上丙, 可见甲丙的速度差为  $84 \div 21 = 4$ , 则丙的速度为  $7 - 4 = 3$ ;

乙丙 21 秒相遇, 可见乙丙的速度和为  $84 \div 21 = 4$ , 则乙的速度为  $4 - 3 = 1$ ;

丙到达  $A$  需要  $84 \div 3 = 28$  (秒), 乙到达  $B$  需要  $84 \div 1 = 84$  (秒);

可见, 丙到达  $A$  后  $84 - 28 = 56$  (秒) 乙到达  $B$ .

10. 如图, 分别以一个面积为 169 的正方形的四条边为底, 做 4 个面积为 101.4 平方厘米的等腰三角形. 图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_平方厘米.



【考点】勾股定理&弦图

【难度】☆☆☆☆

【答案】49

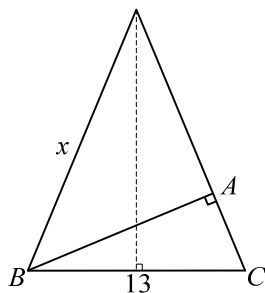
【分析】 $169 = 13^2$ , 可见大正方形的边长为 13;

等腰三角形的高为  $\frac{101.4 \times 2}{13} = 15.6$ , 则若设等腰三角形的腰为  $x$ , 如下图所示,

根据勾股定理:  $x^2 = 6.5^2 + 15.6^2 \Rightarrow x = 16.9$ ; 则下图中  $AB = \frac{101.4 \times 2}{16.9} = 12$ ;

再根据勾股定理:  $AC^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow AC = 5$ ;

从弦图的角度看原图，易知中间正方形的边长为  $12 - 5 = 7$ ，则其面积为  $7^2 = 49$



11. 如果一个数的数字和与它 3 倍的数字和相同，却与它 2 倍的数字和不同，我们称这种数为“奇妙数”，那么，最小的“奇妙数”是\_\_\_\_\_.

【考点】弃九法&最值

【难度】☆☆☆☆

【答案】144

【分析】 $3x$  的数字和与  $x$  的数字和相同，则  $3x$  与  $x$  对 9 同余，显然  $x$  是 9 的倍数；

根据“弃九法”，和的数字和=加数的数字和-进位次数 $\times 9$ ；

若  $x$  为一位数，只能是 9， $9 + 9 = 18$  不符合  $x + x$  数字和与  $x$  的数字和不同的要求；

若  $x$  为两位数  $\overline{ab}$ ，且  $a + b = 18$ ，只能是 99，而  $99 + 99 = 198$ ，同上，不符合要求；

若  $x$  为两位数  $\overline{ab}$ ，且  $a + b = 9$ ， $\overline{ab} + \overline{ab}$  时总是进 1 次位，最终和的数字和还是 9；

若  $x$  为三位数  $\overline{abc}$ ，且  $a + b + c = 9$ ，若令  $\overline{abc} + \overline{abc}$  时没有进位，则  $a, b, c$  均不超过 4，此时  $\overline{abc}$  最小为 144，经验证符合要求；

12. 请参考《2015 年“数学花园探秘”科普活动初赛试题评选方法》作答.