第十三届“走进美丽的数学花园”数学竞赛
初赛试题解析

一、填空题（每题8分）

1. $10+9+8\times7\div\square-5\times4-3\times2=1$，则$\square=$______。

——

解析：考点为解方程、还原。

$$19+56\div\square+6-20-6=1$$
$$56\div\square=1+20-19$$
$$56\div\square=2$$
$$\square=28$$

————————————————————————————

难度系数：☆

————————————————————————————

2. a、b、c都是质数，并且$a+b=49, b+c=60$，则$c=$________。

——

同类型题目：

四年级超常班秋季第二讲数论：a、b都是质数，并且$a+b=39$，则$a\times b=$____

——

解析：考点为质数与合数、奇偶性。

a、b、c都是质数且$a+b=49$，和为奇，则这两个数一定是一奇+一偶，而唯一的偶质数为2，所以a、b中一定有一个数为2。

若$b=2$，则$c=58$，58为合数，不符合要求。

若$a=2$，则$b=47$，$c=13$，符合要求。

————————————————————————————

难度系数：☆☆

————————————————————————————

3. 去掉20.15的小数点，得到的整数比原来的数增加了______倍。

解析：考点为小数的性质

20.15去掉小数点后变为2015，相当于该数的小数点向右移动了两位，扩大100倍，但本题问的是该数比原来的数增加了多少倍，则增加的是99倍。

易错点：增加不是扩大，是指在原数的基础上增加了多少；而扩大是指拿该数直接乘以相应的倍数。

————————————————————————————

难度系数：☆

————————————————————————————

4. 梯形的上底、高、下底依次构成一个等差数列，其中高是12，那么梯形的面积是______。

解析：考点为等差数列求和、面积。

主要考查梯形的面积公式，$\left(\text{上底}+\text{下底}\right)\times\text{高}\div 2$，所以只要求出上、下底的和即可，因为上底、高、下底依次构成等差数列，则$\text{高}\times 2=\text{上底}+\text{下底}$，则上、下底的和为：$12\times 2=24$，所以梯形的面积为：$24\times 12\div 2=144$

————————————————————————————————

难度系数：☆☆

————————————————————————————————

5. 两个小胖子一样重，他们决定一起减肥，三个月后大胖减掉12千克，二胖减掉7千克 。这时大胖的体重比二胖的体重的2倍少80千克，原来他们各重______千克。

——

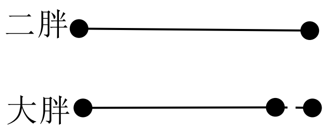
同类型题目：

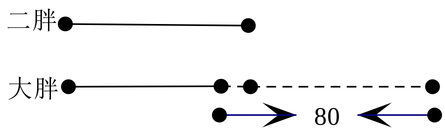
四年级提高班、精英班秋季班第十一讲例七：两个仓库都存有一些面粉，甲仓库存面粉的量是乙仓库的3倍，如果从甲仓库运出850公斤，从乙仓库运出50公斤，则两个仓库所存面粉相等，甲仓库原有面粉多少公斤？乙仓库原有面粉多少公斤？

——

解析：考点为和差倍问题。

法一：利用差倍来解。原来两个小胖子的体重是一样的，一个减去了12千克，另一个减去了7千克，则两人此时的体重之差为5千克，此时的大胖比二胖的2倍少80千克，用线段图表示为：





减完后相差5千克

则减完后的二胖为：$80-5=75$千克，　　原来的二胖为：$75+7=82$千克

大胖为：$75-5=70$千克　　大胖为：$70+12=82$千克

法二：列方程解应用题

设原来的大胖为x千克，　　减肥后的大胖为$\left(x-12\right)$千克

则原来的二胖为x千克，　　则减肥后的二胖为$\left(x-7\right)$千克

列出方程得：$x-12=2\left(x-7\right)-80$，解得，$x=82$

————————————————————————————————

难度系数：☆☆

————————————————————————————————

二、填空题（每题10分）

6. 有两组数，第一组7个数的和是84，第二组的平均数是21，两组中所有数的平均数是18，则第二组有______个数。

——

同类型题目：

四年级超常班秋季班第六讲应用题综合例 5:有两组数，第一组16个数的和是98，第二组的平均数是11，两组中所有数的平均数是8，则第二组有多少个数？

四年级超常班秋季班第六讲应用题综合例 6:某校有100名学生参加数学竞赛，平均得63分，其中男学生平均60分，女学生平均70分。男学生比女学生多多少名？

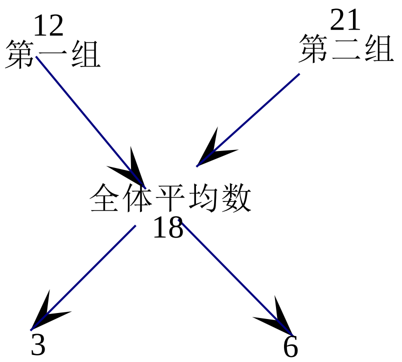
——

解析：考点为平均数问题。

法一：列方程解应用题

设第二组有x个数，则第二组数的和为$21x$，列方程得，$84+21x=18(x+7)$，解得$x=14$

法二：十字交叉相减法



则第一组与第二组的人数之比为$3:6=1:2$，第一组有7个数，则第二组有$7\times2=14$个

————————————————————————

难度系数：☆☆

————————————————————————

7. 植树节四（**1**）班的同学去公园植树，在120米长的路两边每隔3米挖了一个坑，后来因间距太小需改为每隔5米挖一个坑。这样最多有_______个坑可以保留。

——

同类型题目：

四年级杯赛培训班例 5: 园林工人要在周长300米的圆形花坛边等距离地挖坑栽树。他们先沿着花坛边每隔3米挖一个坑，当挖到30个坑时，接到上级通知，改为每隔5米栽一棵树。那么他们还要挖_______个坑才能完成任务。

——

解析：考点为植树问题。

第一次的坑的位置一定为3的倍数米处，
而第二次的坑的位置一定为5的倍数米处，
要保留的坑的位置一定既为3的倍数又为5的倍数米处，这些坑一定处在15的倍数米处，题目问的是最多，所以两端都种的情况下最多：$120\div15+1=9$个。
同时，这道题是在马路两边挖坑，所以有：$9\times2=18$个坑。

——————————————————————————

难度系数：☆☆☆

——————————————————————————

8. A，B，C，D四人进行围棋比赛，每人都要与其他三人各赛一场。比赛是在两张棋盘上同时进行，每天每人只赛一盘，第一天A与C比赛，第二天C与D比赛，第三天A与______比赛。

——

同类型题目：

四年级超常班第十一讲体育比赛中的逻辑推理练习7：趣味滑冰锦标赛最后进行的是花样滑冰双人滑的表演，规定男女双方都不能和自己的原搭档在一起表演。男士用A、B、C表示，女士用甲、乙、丙表示。已知前面表演过程中A和甲一起滑过，B和丙一起滑过，C和甲一起滑过，B和乙一起滑过，C的新搭档不可能是丙，那么乙的新搭档是谁？

——

解析：考点推理问题。

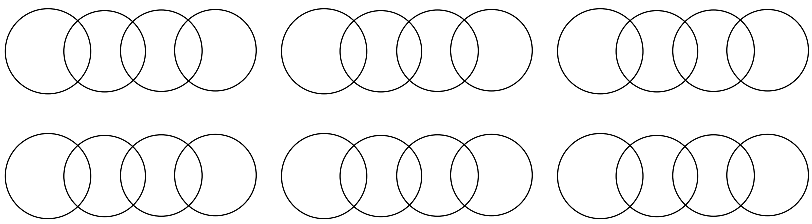
这是一个单循环类型的比赛，每两人都要比赛一场，且每人每天只赛一场。
第一天：A VS C
第二天：C VS D
第三天A与哪个队比赛没办法直接确定，但是可发现第一天A VS C，第二天：C VS D，所以C已经比赛了两场，所以第三天C一定与B比赛，
综上：A只能与D比赛。

——————————————————————————

难度系数：☆☆

——————————————————————————

9. 有六条铁链，每条有四个环（如下图）。打开一个环要用1分钟，封闭一个打开的环要用3分钟，现在要把这24个环连成一条铁链，至少要用_______分钟。



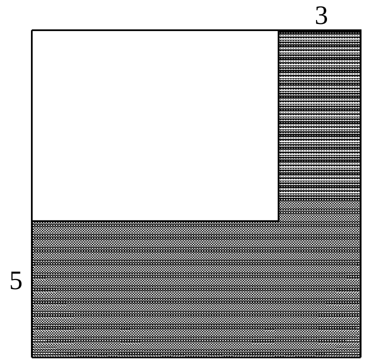
解析：最大最小问题。

一般情况下，要把六个铁链连成一条需要连五次，打开五次，封闭五次，但这种情况不一定是最少的。
我们可考虑将其中一个铁链的四个环，通过这样四个环连接就会更节省时间。打开一条铁链的四个环后还剩下五条铁链，还需要再连接四次。
所以先打开四个环，然后再通过这四个环使下面五个铁链进行相连，
需要的时间为：$1\times4+3\times4=16$分。

——————————————————————————

难度系数：☆☆☆

10. 一个正方形的钢板，先截去一个宽为3厘米的长方形，又截去一个宽5厘米的长方形，面积比原来的正方形减少81平方厘米，原正方形的面积是______厘米。



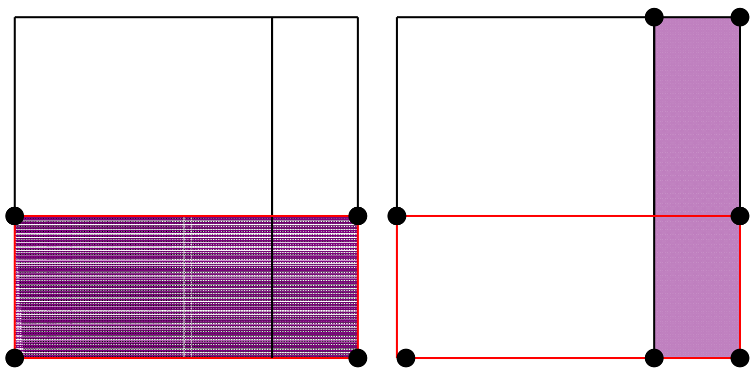
——

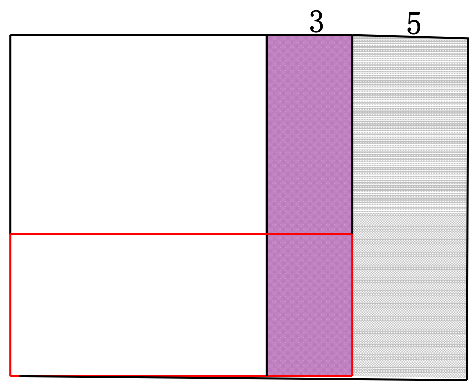
同类型题目：

四年级超常班第11讲几何：一个长方形，如果长减少 5 厘米，宽减少 2 厘米，那么面积就减少 66 平方厘米，这时剩下的部分恰好成为一个正方形，求原来长方形的面积？

——

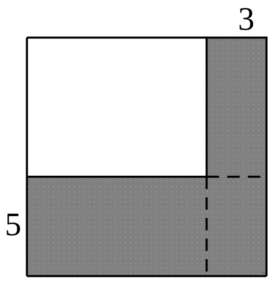
解析：巧求面积。





法一：通过旋转，可将两块阴影合二为一，但这个面积比原阴影面积多了$3\times5=15$，所以此时的阴影部分面积为$81+15=96$，所以另一边的长为：$96\div8=12$，即为正方形的边长。

所以正方形的面积为：$12\times12=144$。



法二：阴影部分为"L"型，显然该图形为不规则图形，通过分割可得，最下方一块的面积为$3\times5=15$，阴影部分的总面积为81，则余下的两个部分面积之和为：$81-15=66$，这两块面积均为长方形，但长和宽互不相同，

所以，接下来可利用方程来解：

设正方形的边长为x，则截完后剩下的长方形的的两条分别可表示为：$x-3, x-5$，则$5(x-3)+3(x-5)=66$，

解得$x=12$，正方形的面积为$12\times12=144$

————————————————————————————————

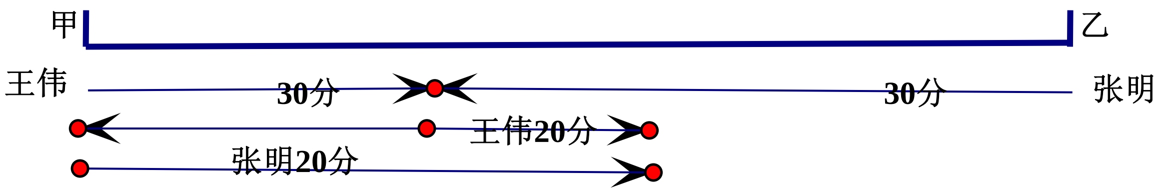
难度系数：☆☆☆

————————————————————————————————

三、填空题（每题12分）

11. 王伟从甲地走向乙地，同时张明骑自行车由乙地到甲地，半小时后两人在途中相遇，张明到达甲地后，马上返回乙地，在第一次相遇后20分钟又追上王伟，张明到乙地后又折回，两人在第二次相遇后的______分钟第三次相遇。

解析：行程问题。



该题中没有路程，没有速度，所以首先要确定两人的速度存在什么关系。

从图中可观察出，两人第一次相遇后，张明又走了20分，首先走了王伟原来30分钟走的路程，最终又追上了王伟，而这段路程王伟要走50分，所以，张明20分钟走的路程王伟需要80分，则张明的速度是王伟的速度的4倍，则设王伟的速度为1米/分，则张明的速度为4米/分，则全程为$(1+4)\times30=150$米，当王伟追上张明时，该地点离乙：$150-50\times1=100$米

法一：接下来的100米，张明先到达终点，然后再返回与王伟相遇。到达乙地的时间为：$100\div4=25$分，此时王伟又往前走了$25\times1=25$米，所以此时王伟与张明之间相距$100-25=75$米，相遇的时间为

$75\div(4+1)=15$分。所以一共经过了$25+15=40$分。

法二：从第二次相遇到第三次相遇，两人一共要走$100\times2=200$米，$200\div(1+4)=40$分。

————————————————————————————————

难度系数：☆☆☆☆

————————————————————————————————

12. 这是一个两人玩的游戏，两位选手轮流在一条20×1的矩形长带上移动筹码，每一轮都可将四个筹码的任意一个向右移动任意方格，但不能放在其他筹码上面或超过其他筹码。开始时如图中看到的各筹码位置，赢家是最后移动筹码者，（他移动后，四个筹码恰好占据了长带右端的四个方格，不可能再移动了），先移动者应将_____向右移动______格。

	A					B							C		D				

解析：策略性问题。

为了获胜，需要先构造对称情况，

若为对称情况，采用跟随策略即可，即别人做什么跟着做就可以了；

若为非对称情况，需先将不对称的情况变为对称；

将A向右移动两格或将D向右移动两格，该题就会变成对称情况

然后先移动者只要保持A、B之间的格子数始终等于C、D之间的格子数,采取跟随策略,必胜.

————————————————————————————————

难度系数：☆☆☆

————————————————————————————————

13. 一个$n+3$位正整数$144\cdots\cdots430$（n个4），是2015的倍数，正整数n最小为________。

解析：数的整除、找规律

本题求的这个多位数是2015的倍数，但2015并没有学过，所以将2015进行分解质因数：$2015=5\times13\times31$ 31整除的判定没法没有学过。但这个数的最后一位为0，所以该数一定能被5整除，通过相除，可发现以下规律：

$1430\div5=286$

$14430\div5=2886$

$144430\div5=28886$

……

除以后的商每个数均可被13整除，除完后，商有如下规律：

$286\div13=22$

$2886\div13=222$

$28886\div13=2222$

所以为了保证这个数能被2015整除，只要保证$22\cdots\cdots2$能被31整除即可，而要求的是最小的n，则只要找到2最少为多少即可。

接下来通过尝试发现：$\underbrace{22\cdots\cdots2}_{15}$是能被31整除，

$1430\div5\div13=22$

$14430\div5\div13=222$，

……

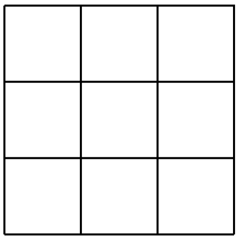
1430中出现1个4时，结果会出现2个2，而现在2有15个，则$n=14$。

————————————————————————————————

难度系数：☆☆☆☆☆

————————————————————————————————

14. 下图的3×3表格已经固定，将4枚相同的棋子放入格子中，每个格子最多放一枚，如果要求每行，每列都有棋子，那么共有______ 种不同放法。



解析：加乘原理

现在有4枚棋子但是一共只有3行，所以必然有一行的棋子数为2枚。

第一行、第二行、第三行为2枚均可，所以有三种情况，而每种情况的放法又相同，于是只要找到一种情况下有多少种方法即可。

若第一行为2枚，但这两枚放在哪两个格子中，又有三种情况。

第一种放在前两个格子中：第二行的棋子可放在第**1**、**2**、**3**位置上，

若第二行的放在最左边，为保证每行每列都有，则第三行必须放在最右边，所以有1种放法；

若第二行的放在中间，为保证每行每列都有，则第三行必须放在最右边，所以有1种放法；

若第二行的放在最右边，则三列均有棋子，第三行可随便放，所以一共有3种放法；

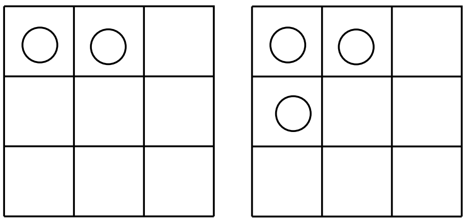
综合：当第一行的两个放在前两个位置上的话，共有$1+1+3=5$种方法。

第二种放在后两个格子中：第二行的棋子可放在第**1**、**2**、**3**位置上，通过计算发现与前一种情况相同，共有5种方法。

综上可得：第一行放2枚的情况一共有$3\times5=15$种

第二行放2枚的情况与第一行情况相同，第三行放2枚的情况与第一行情况相同，

所以一共有$15\times3=45$种不同放法。

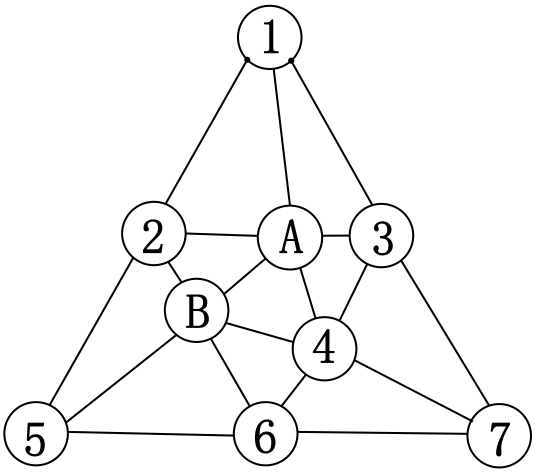


————————————————————————————————

难度系数：☆☆☆☆

————————————————————————————————

15. 右图的9个圆圈间，连有9条直线，每条直线上有3个圆圈，甲先乙后轮流将9个圆圈涂上颜色；如果谁先将某条直线的3个圆圈全涂上自己的颜色，谁就获胜；和局判乙胜，现在，甲先选择了“A”，乙接着先择了“B”。甲要取胜，接下来的一步应填在标号为________的方格中（有几种就填几种）。

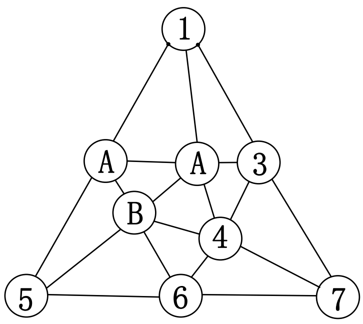


解析：策略性问题。

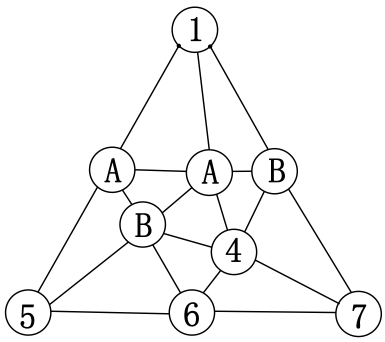
甲为了获胜，应想法设法使3个A在同一条直线上（这种类型类似于下五子棋）。

于是先在与A的线段上涂颜色，则可在2或3或4或1，

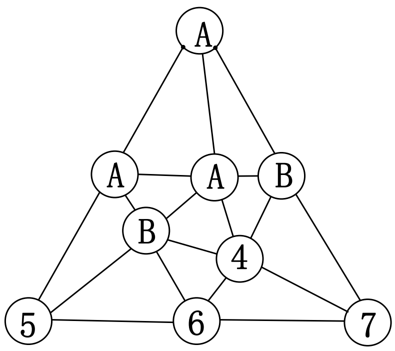
如放在2上，则如下图



乙一定会涂3

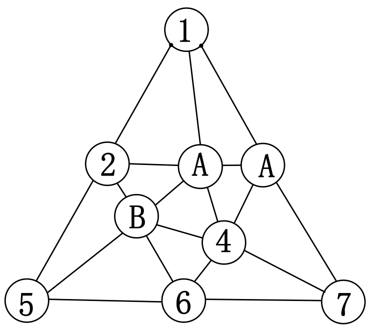


此时，甲可涂1

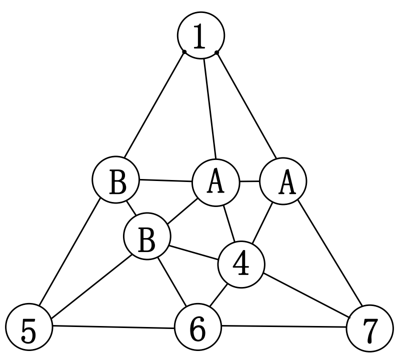


则乙无论涂 4或5，甲一定获胜

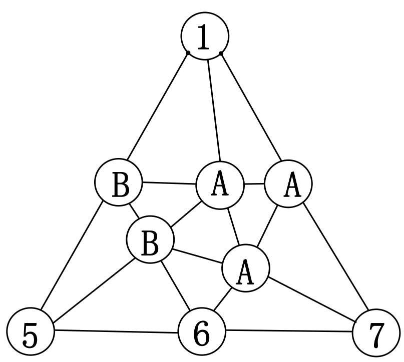
如放在3上，则如下图



先涂3

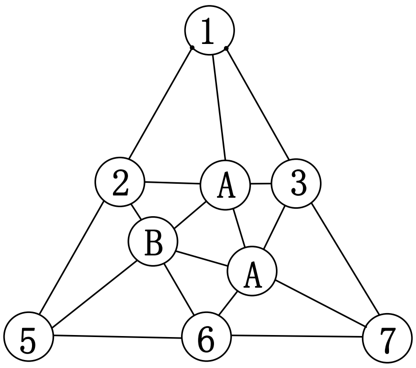


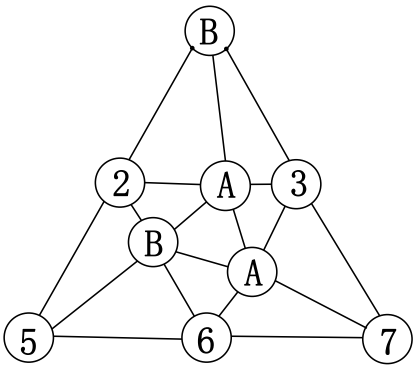
乙一定会涂2

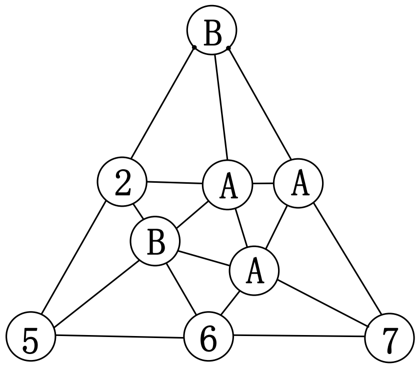


甲再涂4，则接下来甲必胜。

如放在 4 上，则如下图







通过尝试发现，其它情况下，不能保证甲一定获胜，所以甲先涂 2或3或4 均可保证获胜。

————————————————————————————————

难度系数：☆☆☆☆

————————————————————————————————