

三年级中环杯知识点提纲

三年级初赛考纲：

一、代数类：

1. 整数巧算★

二、应用类：

1. 盈亏问题初步★

2. 植树问题

3. 方阵问题

4. 平均数问题★

5. 周期问题★

6. 用列表法解应用题

7. 火柴棒搭出的数学问题

8. 找规律填数★

9. 填运算符号解题★

三、几何类：

1. 长方形和正方形周长与面积★

2. 巧求多边形的周长★

四、数论类：

1. 多位数的运算（形如 $\underbrace{11\cdots1}_{100\text{个}1} \times \underbrace{99\cdots9}_{100\text{个}9}$ 的运算）★

2. 数论最值（比如将1~9中选出四个数填入 $\square\square \times \square\square$ ，使得乘积最大）

3. 带余除法★
4. 加减法数字迷★
5. 数阵图★

五、组合类：

1. 一笔画
2. 几何计数★
3. 较简单的容斥原理★
4. 较简单的逻辑推理★
5. 枚举★

三年级决赛考纲（除了初赛考纲中的内容，新增）：

一、代数类

1. 定义新运算
2. 等差数列与等比数列★
3. 小数初步（不要求小数的四则运算，但是需要了解 $a=0.4b$ 代表什么含义）

二、应用类

1. 行程问题★
2. 和差倍问题★
3. 年龄问题★
4. 鸡兔同笼问题★
5. 还原问题
6. 归一问题
7. 会利用一次方程或方程组解应用题★

三、几何类

1. 巧求多边形的面积★
2. 三角形的初步认识★
3. 平行四边形、梯形的面积公式★
4. 立体几何初步★（不要求表面积、体积之类的，主要以数图形为主）

四、数论类

1. 位值原理★
2. 熟练掌握被 2,3,4,5,7,8,9,11,13,25,125 整除的数的规律，并且具备自己推导别的数整出规律的能力（比如自己可以推导出除以 37 的数的规律）★
3. 乘除法数字迷★
4. 数表★
5. 数阵图的最值问题★

五、组合类

1. 标数法解决最短路径问题★
2. 最不利原则★
3. 简单的加乘原理★
4. 简单的最值问题★

四年级中环杯知识点提纲

四年级初赛考纲：

一、代数类：

4. **整数巧算：** $\begin{cases} a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \\ (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \end{cases}$ ★
5. **小数巧算★**
6. 定义新运算
7. **等差数列与等比数列★**
8. **分数初步（了解分数的含义，会进行简单的计算）★**

二、应用类：

10. 盈亏问题
11. 植树问题
12. 方阵问题
13. **平均数问题★**
14. **周期问题★**
15. 用列表法解应用题
16. 找规律填数
17. 填运算符号解题
18. **行程问题★**
19. 和差倍问题
20. 年龄问题
21. 鸡兔同笼问题
22. 还原问题
23. 归一问题

24. 会利用一次方程或方程组解应用题★

三、几何类:

3. 长方形和正方形周长与面积
4. 巧求多边形的周长
5. 巧求多边形的面积
6. 三角形的初步认识
7. 平行四边形、梯形的面积公式
8. 角度的计算（掌握三角形内角和为 180° 这个结论，等腰三角形等边对等角的性质）★
9. 勾股定理（包括勾股定理逆定理）★
10. 面积法求高★
11. 等腰直角三角形的面积公式（ $S = \frac{1}{4}$ 斜边的平方）★
12. 差不变原理★
13. 列方程解平面几何★
14. 构造法解平面几何

四、数论类:

1. 多位数的运算（形如 $\underbrace{11\cdots1}_{100\text{个}1} \times \underbrace{99\cdots9}_{100\text{个}9}$ 的运算）★
2. 数论最值（比如将1~9中选出四个数填入 $\square\square \times \square\square$ ，使得乘积最大）★
3. 带余除法★
4. 位值原理★
5. 熟练掌握被2,3,4,5,7,8,9,11,13,25,125整除的数的规律，并且具备自己推导别的数整出规律的能力（比如自己可以推导出除以37的数的规律）★
6. 数字谜（含弃九法）★

7. 数阵图（含数阵图的最值问题）★
8. 数表★
9. 质数与合数★
10. 因数和倍数（因数的个数公式不考）★
11. 质因数分解★

五、组合类：

6. 一笔画
7. 几何计数
8. 容斥原理★
9. 奇偶分析★
10. 枚举★
11. 标数法解决最短路径问题★
12. 抽屉原理★
13. 加乘原理（包含染色问题）★
14. 复杂的逻辑推理★

四年级决赛考纲（除了初赛考纲中的内容，新增）：

一、代数类：

1. 无

二、应用类：

1. 牛吃草问题★

三、几何类：

1. 共边定理★
2. 等积变换（包含“一半模型”）★
3. 三角形的中位线，梯形的中位线★

四、数论类：

1. 最大公约数和最小公倍数★
2. 中国剩余定理★

五、组合类：

1. 排列和组合★
2. 对应原理计数★
3. 递推计数★
4. 操作问题★
5. 统筹规划
6. 组合最值（论证与构造，极端原理）★

五年级中环杯知识点提纲

五年级初赛考纲：

一、代数类：

$$9. \quad \text{整数巧算:} \quad \begin{cases} 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \\ 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1+2+\cdots+n)^2 \\ a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad \star \\ (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \\ ab + a + b + 1 = (a+1)(b+1) \end{cases}$$

10. 小数巧算

11. 分数巧算（裂项法不考，繁分数连分数不考，循环小数相关的内容不考，百分数不考，分数的估算不考，分数的比较大小会简单考察）★

12. 定义新运算

13. 比和比例

14. 等差数列与等比数列★

15. 代数最值（和一定的前提下，两数差越小，乘积越大；乘积一定的前提下，两数差越小，和越小；利用函数的观点考察最值（比如 $S = 3 + 2x$ ，其中 S 表示面积， x 是设的一个未知数，用来表示边长， $x \leq 8$ ，则 S 的最大值就是 x 取 8 的时候））★

二、应用类（浓度问题，工程问题，经济问题，时钟问题均不考，这些内容移到6年级的中环杯考）：

1. 盈亏问题

2. 植树问题

3. 方阵问题

4. 平均数问题

5. 周期问题

6. 用列表法解应用题

7. 找规律填数
8. 填运算符号解题
9. 行程问题★
10. 和差倍问题
11. 年龄问题
12. 鸡兔同笼问题
13. 还原问题
14. 归一问题
15. 会利用一次方程或方程组解应用题★
16. 分数应用题★
17. 比例应用题★
18. 牛吃草问题★
19. 不定方程解应用题★

三、几何类：

15. 长方形和正方形周长与面积
16. 巧求多边形的周长
17. 巧求多边形的面积
18. 三角形的初步认识
19. 平行四边形、梯形的面积公式
20. 角度的计算（掌握三角形内角和为 180° 这个结论，等腰三角形等边对等角的性质）
21. 勾股定理（包括勾股定理逆定理）★
22. 面积法求高★
23. 等腰直角三角形的面积公式（ $S = \frac{1}{4}$ 斜边的平方）

24. 差不变原理
25. 列方程解平面几何
26. 构造法解平面几何
27. 共边定理★
28. 等积变换（包含“一半模型”）★
29. 三角形的中位线，梯形的中位线★
30. 鸟头定理★
31. 蝴蝶定理★
32. 燕尾定理★
33. 平移、旋转、轴对称解平面几何问题★
34. 比例模型（金字塔模型和沙漏模型）解平面几何问题★
35. 圆与扇形★
36. 立体几何（表面积与体积）★
37. 几何最值（利用代数最值的技巧，处理一些简单的几何最值；将军饮马问题）★

四、数论类：

1. 多位数的运算（形如 $\underbrace{11\cdots1}_{100\text{个}1} \times \underbrace{99\cdots9}_{100\text{个}9}$ 的运算）
2. 数论最值（比如将1~9中选出四个数填入 $\square\square \times \square\square$ ，使得乘积最大）
3. 带余除法★
4. 位值原理★
5. 熟练掌握被2,3,4,5,7,8,9,11,13,25,125整除的数的规律，并且具备自己推导别的数整出规律的能力（比如自己可以推导出除以37的数的规律）★
6. 数字谜（含弃九法）★
7. 数阵图（含数阵图的最值问题）★

8. 数表★
9. 位值原理★
10. 质数与合数★
11. 因数和倍数（因数的个数公式很重要）★
12. 质因数分解★
13. 最大公约数和最小公倍数★
14. 中国剩余定理★
15. 整除综合★
16. 同余★
17. 完全平方数★
18. 连续自然数问题★
19. 进位制

五、组合类：

15. 一笔画
16. 几何计数
17. 容斥原理
18. 奇偶分析
19. 枚举★
20. 标数法解决最短路径问题
21. 抽屉原理
22. 加乘原理★
23. 排列和组合★
24. 对应原理计数★
25. 递推计数★

- 26. 逻辑推理★
- 27. 操作问题★
- 28. 统筹规划
- 29. 概率★
- 30. 组合最值（论证与构造，极端原理）★

五年级决赛考纲（除了初赛考纲中的内容，新增）：

一、代数类：

无

二、应用类：

无

三、几何类：

无

四、数论类：

无

五、组合类：

无

六年级中环杯知识点提纲

六年级初赛考纲:

一、代数类:

$$16. \quad \text{整数巧算:} \quad \begin{cases} 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \\ 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1+2+\cdots+n)^2 \\ a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \\ (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \\ ab + a + b + 1 = (a+1)(b+1) \end{cases} \quad \text{会考} \star$$

17. 小数巧算

18. 分数巧算（繁分数连分数会考，循环小数相关的内容会考，百分数会考，分数的估算会考，分数的比较大小会考）★

19. 定义新运算

20. 比和比例

21. 等差数列与等比数列★

22. 代数最值（和一定的前提下，两数差越小，乘积越大；乘积一定的前提下，两数差越小，和越小；利用函数的观点考察最值（比如 $S = 3 + 2x$ ，其中 S 表示面积， x 是设的一个未知数，用来表示边长， $x \leq 8$ ，则 S 的最大值就是 x 取 8 的时候））★

二、应用类:

20. 盈亏问题

21. 植树问题

22. 方阵问题

23. 平均数问题

24. 周期问题

25. 用列表法解应用题

26. 找规律填数

- 27. 填运算符号解题
- 28. 行程问题★
- 29. 和差倍问题
- 30. 年龄问题
- 31. 鸡兔同笼问题
- 32. 还原问题
- 33. 归一问题
- 34. 会利用一次方程或方程组解应用题★
- 35. 分数应用题（包含：百分数应用题，工程问题，经济问题，时钟问题）★
- 36. 牛吃草问题★
- 37. 比例应用题（包含：浓度问题）
- 38. 不定方程解应用题★

三、几何类：

- 38. 长方形和正方形周长与面积
- 39. 巧求多边形的周长
- 40. 巧求多边形的面积
- 41. 三角形的初步认识
- 42. 平行四边形、梯形的面积公式
- 43. 角度的计算（掌握三角形内角和为 180° 这个结论，等腰三角形等边对等角的性质）
- 44. 勾股定理（包括勾股定理逆定理）★
- 45. 面积法求高★
- 46. 等腰直角三角形的面积公式（ $S = \frac{1}{4}$ 斜边的平方）
- 47. 差不变原理

- 48. 列方程解平面几何
- 49. 构造法解平面几何
- 50. 共边定理★
- 51. 等积变换（包含“一半模型”）★
- 52. 鸟头定理★
- 53. 蝴蝶定理★
- 54. 燕尾定理★
- 55. 圆与扇形★
- 56. 立体几何（表面积与体积）★
- 57. 几何最值（利用代数最值的技巧，处理一些简单的几何最值；将军饮马问题）★

四、数论类：

- 20. 多位数的运算（形如 $\underbrace{11\cdots1}_{100\text{个}1} \times \underbrace{99\cdots9}_{100\text{个}9}$ 的运算）
- 21. 数论最值（比如将1~9中选出四个数填入 $\square\square \times \square\square$ ，使得乘积最大）
- 22. 带余除法★
- 23. 位值原理★
- 24. 熟练掌握被2,3,4,5,7,8,9,11,13,25,125整除的数的规律，并且具备自己推导别的数整出规律的能力（比如自己可以推导出除以37的数的规律）★
- 25. 数字迷★
- 26. 数阵图（含数阵图的最值问题）★
- 27. 数表★
- 28. 位值原理★
- 29. 质数与合数★
- 30. 因数和倍数（因数的个数公式很重要）★

- 31. 质因数分解★
- 32. 最大公约数和最小公倍数★
- 33. 中国剩余定理★
- 34. 整除综合★
- 35. 同余★
- 36. 完全平方数★
- 37. 连续自然数问题★
- 38. 进位制

五、组合类：

- 31. 一笔画
- 32. 几何计数
- 33. 容斥原理
- 34. 奇偶分析
- 35. 枚举★
- 36. 标数法★
- 37. 抽屉原理
- 38. 加乘原理★
- 39. 排列和组合★
- 40. 对应原理计数★
- 41. 递推计数★
- 42. 逻辑推理★
- 43. 操作问题★
- 44. 统筹规划
- 45. 概率★

46. 组合最值（论证与构造，极端原理）★

六年级决赛考纲（除了初赛考纲中的内容，新增）：

一、代数类：

1. 有理数的巧算★
2. 绝对值的最值、定值★
3. 一元一次方程（含参数、含绝对值、既含参数也含绝对值）★
4. 二元一次方程组（含参数、含绝对值、既含参数也含绝对值）★
5. 三元一次方程组（含参数、含绝对值）★
6. 一元一次不等式（含参数、含绝对值、既含参数也含绝对值）★
7. 一元一次不等式组（含参数、含绝对值）★

二、应用类：

1. 利用不等式（组）解应用题★

三、几何类：

无

四、数论类：

1. 高斯函数（包含：利用 $x-1 < [x] \leq x$ 解含高斯函数的方程）★

五、组合类：

无

七年级中环杯知识点提纲

数论部分（除了 6 年级的内容外新增）：

整除的性质

简单同余式的应用

代数部分（除了 6 年级的内容外新增）：

因式分解（提取公因式，公式法，十字相乘，分组分解，换元法，配方法，双十字，主元，余式定理，因式定理，待定系数，添拆项，对称多项式与轮换对称多项式）

分式（分式的基本运算，真分式，假分式，带分式，部分分式展开）

恒等式、条件等式的证明

几何部分（除了 6 年级的内容外新增）：

平行线的性质与判定

全等三角形的性质与判定

等腰（边）三角形的性质与判定

角平分线翻折法，角平分线定理

中线倍长法

截长补短法

了解三角形的心（重心，内心，外心）的基本内容

平移、旋转、轴对称解平面几何问题

组合部分（除了 6 年级的内容外新增）：

组合几何初步

八年级中环杯知识点提纲

数论部分（除了 7 年级的内容外新增）：

剩余类

同余方程

代数部分（除了 7 年级的内容外新增）：

二次根式（基本运算，巧算，无理数与有理数之间的关系，降次法）

一元二次方程（含参数，含绝对值，韦达定理及其逆定理，判别式法，构造方程解题，一元二次方程的整数根问题）

一次函数

几何部分（除了 7 年级的内容外新增）：

三角形的中位线，梯形的中位线

直角三角形的性质与判定

勾股定理

已知三角形三条边长，会计算三条高，三条中线，三条角平分线，面积

四边形部分

组合部分：同 7 年级

九年级中环杯知识点提纲

数论部分：同 8 年级

代数部分（除了 8 年级的内容外新增）：

二次函数

三角函数

几何部分（除了 8 年级的内容外新增）：

平行线分线段成比例

比例模型（金字塔模型和沙漏模型）解平面几何问题

相似三角形的性质及判定

圆的性质（圆的综合性质，直线与圆的位置关系，圆与圆的位置关系）

射影定理，塞瓦定理，梅涅劳斯定理

组合部分：同 8 年级