

六年级综合练习题一

本卷包含五个主题：分数计算、比例、方程、浓度、立体几何

1. 计算 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

解：原式 $= \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$

2. $\frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \dots + \frac{1}{9700}$

解：原式 $= \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{97 \times 100}$
 $= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{33}{100}$

3. $\frac{5+6}{5 \times 6} - \frac{6+7}{6 \times 7} + \frac{7+8}{7 \times 8} - \frac{8+9}{8 \times 9} + \frac{9+10}{9 \times 10}$

解：原式 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$
 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

4. 已知甲、乙、丙三个班总人数的比为 3:4:2，甲班男、女生的比为 5:4，丙班男、女生的比为 2:1，而且三个班所有男生和所有女生的比为 13:14，请问：

(1) 乙班男、女生人数的比是多少？

(2) 如果甲班男生比乙班女生少 12 人，那么甲、乙、丙三个班各有多少人？

解：(1) 通过扩倍匹配题目中所有的比例，甲、乙、丙三个班总人数的比为 9:12:6，其中男生总数与女生总数之比 13:14 不变，此时总份数都是 27，对应甲班男、女生的比为 5:4，丙班男、女生比为 4:2，从而对应乙班男、女生比为 (13-5-4):(14-4-2)=4:8

(2) 由于甲班男生与乙班女生人数比为 5:8，差为 12 人，可见 3 份 12 人，1 份 4 人。推知甲班人数 $4 \times 9 = 36$ 人，乙班人数 $4 \times 12 = 48$ 人，丙班人数 $4 \times 6 = 24$ 人。

5. 小明从甲地到乙地，去时每小时走 5 千米，回来时每小时走 7 千米，来回共用了 4 小时。问小明去时用了多少时间？

解：去与回的速度之比为 5:7，则去与回的时间之比为 7:5，因此去用时 $4 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ 小时。

6. 冬冬从家去学校，平时总是 7:50 到校，有一天他起晚了，结果晚出发了 10 分钟，为了不至于迟到，他将速度提高了五分之一，跑步前往学校，最后在 7:55 到校，请问：冬冬这天是几点出发的？

解：“计划”与“实际”速度之比为 5:6，则“计划”与“实际”时间之比为 6:5，因为“实际”比“计划”少用 5 分钟，则 1 份为 5 分钟，实际用时 $5 \times 5 = 25$ 分钟，冬冬是 $7:55 - 25\text{min} = 7:30$ 出发的。

7. 甲、乙两车同时从 A、B 两地出发，相向而行，在 A、B 之间不断往返行驶。甲车到达 B 地后，在 B 地停留了 2 个小时，然后返回 A 地；乙车到达 A 地后，马上返回 B 地；两车在返回的途中又相遇了，相遇的地点距离 B 地 288 千米。已知甲车的速度是每小时 60 千米，乙车的速度是每小时 40 千米。请问：A、B 两地相距多少千米？

解：甲车停留 2 小时可理解为时间差，由此列方程得：

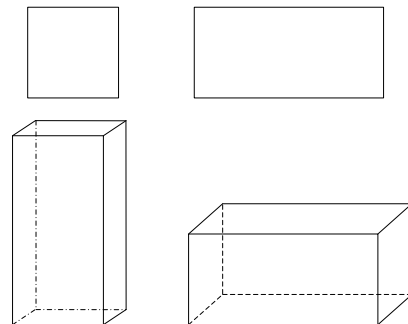
$$\begin{aligned} 2 &= t_{\text{乙}} - t_{\text{甲}} \Rightarrow \\ 2 &= \frac{2S - 288}{40} - \frac{S + 288}{60} \\ \Rightarrow S &= 420 \end{aligned}$$

8. 如图，小玲有两种不同形状的纸板，一种是正方形的，一种是长方形的。正方形纸板的总数与长方形纸板的总数之比是 1:2。她用这些纸板做成一些竖式和横式的无盖纸盒，正好将纸板用完。那么小玲所做的纸盒中，竖式纸盒的总数与横式纸盒的总数之比是多少？

解：竖式纸板需要 4 长 1 正，横式纸板需要 3 长 2 正。设能做竖式 x 个，

横式 y 个，列方程如下：

$$\begin{aligned} 1:2 &= (x + 2y):(4x + 3y) \\ \Rightarrow 2x + 4y &= 4x + 3y \\ \Rightarrow 2x &= y \\ \Rightarrow x:y &= 1:2 \end{aligned}$$



9. 如图 1 中的短除式所示，一个自然数被 8 除余 1，所得的商被 8 除也余 1，再把第二次所得的商被 8 除后余 7，最后得到的商是 a 。图 2 中的短除式表明：这个自然数被 17 除余 4，所得的商被 17 除余 15，最后得到的商是 a 的 2 倍。求这个自然数。

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) \text{ 所求的自然数}} \\
 \underline{8 \overline{) \text{ 第一次商}} \cdots \cdots \text{余} 1} \\
 \underline{8 \overline{) \text{ 第二次商}} \cdots \cdots \text{余} 1} \\
 \text{a} \cdots \cdots \text{余} 7
 \end{array}$$

图1

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) \text{ 所求的自然数}} \\
 \underline{17 \overline{) \text{ 第一次商}} \cdots \cdots \text{余} 4} \\
 \text{2a} \cdots \cdots \text{余} 15
 \end{array}$$

图2

解： $x = 8[8(8a + 7) + 1] + 1 = 17(34a + 15) + 4$
 $\Rightarrow a = 3 \Rightarrow x = 1993$

10. 在浓度为 40% 的酒精溶液中加入 5 千克水，浓度变为 30%。再加入多少千克纯酒精，浓度才能变为 50%？

解：应用浓度三角，设原有浓度 40% 的酒精 x 千克，后来加入 y 千克纯酒精，则有

x	5	20	y
40	0	30	100
30	$\Rightarrow x:5=3:1 \Rightarrow x=15$	50	$\Rightarrow 20:y=5:2 \Rightarrow y=8$ 千克
30	10	50	20
3	: 1	5	: 2

11. 两个杯子里分别装有浓度为 40% 与 10% 的盐水，将这两杯盐水倒在一起混合后，盐水浓度变为 30%。若再加入 300 克 20% 的盐水，浓度变为 25%。请问：原有 40% 的盐水多少克？

解：设原有 40% 和 10% 的盐水分别 x 千克和 y 千克，列浓度三角如下：

x	y	$x+y$	300
40	10	30	20
30	$\Rightarrow x:y=2:1 \Rightarrow x=2y$	25	$\Rightarrow x+y=300$
20	10	5	5
2	: 1	1	: 1

$$\Rightarrow x = 300 \times \frac{2}{3} = 200 \text{ 克}$$

12. 甲、乙两种商品，甲商品的成本是 125 元，乙商品的成本比甲商品低 16%，现有以下三种销售方案：

(1) 甲商品按 30% 的利润率定价，乙商品按 40% 的利润率定价；

(2) 甲、乙都以 35% 的利润率定价；

(3) 甲、乙的定价都是 155 元。

请问：选择那种方案最赚钱？这时能盈利多少元？

解：乙的成本是 $125 \times (1 - 16\%) = 105$ (元)

方案一的利润： $125 \times 30\% + 105 \times 40\% = 79.5$ (元)

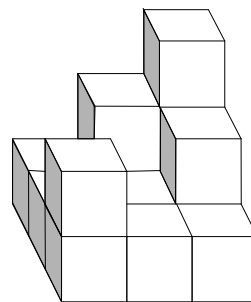
方案二的利润： $(125 + 105) \times 35\% = 80.5$ (元)

方案三的利润： $155 \times 2 - (125 + 105) = 80$ (元)

所以方案三最赚钱，这时盈利是 80.5 元。

13. 用棱长是 1 厘米的小立方体拼成如图所示的立体图形，这个图形的表面积是多少平方厘米

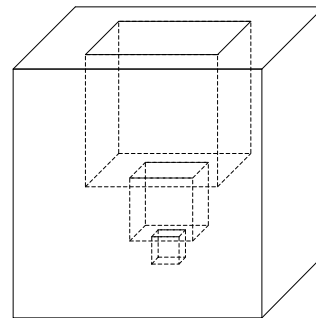
解：整个立体图形没有重叠的正方形，从前后看共各 7 个面，从左右看各 7 个面，从上下看各 9 个面，所以整个图形的表面积是 $(7 + 7 + 9) \times 2 \times 1 \times 1 = 46$



14. 如图所示，有一个棱长为 2 厘米的正方形。从正方形的上面正中向下挖一个棱长为 1 厘米的正方形小洞；接着在小洞的底面正中再挖一个棱长为 $\frac{1}{2}$ 厘米的小洞；第三个小洞的挖法与前两个相同，棱长为 $\frac{1}{4}$ 厘米。最后得到的立体图形的表面积是多少平方厘米？

解：三次都挖完后，从正方体的上面往下看你可以看到一个正方形（其实是最大正方体上面的环形，加挖的第一个正方体的下面环形，加挖的第二个正方体的下面环形，加上挖的第三个正方体的下面）所以对于原来的大正方体来说表面积不变，每挖一个正方体又增加四周四个面的面积，

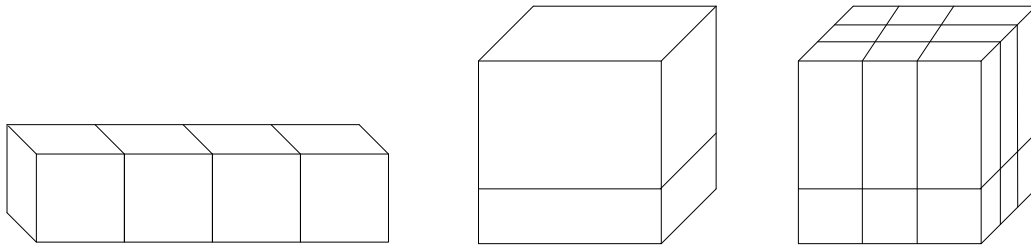
所以最后正方体的表面积 $= 2 \times 2 \times 6 + 1 \times 1 \times 4 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 4 = 29\frac{1}{4}$



15. (1) 如图，将 4 块棱长为 1 的正方体木块排成一排，拼成一个长方体。那么拼合后这个长方体的表面积，比原来 4 个正方体的表面积之和少了多少？

(2) 一个正方体形状の木块，棱长为 1，如图所示，将其切成两个长方体，这两部分的表面积总

和是多少？如果在此基础上再切 4 刀，将其切成大小共 18 块长方体。这 18 块长方体表面积总和又是多少？



解：（1）两个正方体拼在一起少两个面的面积，那么 4 个正方体拼在一起共少了 6 个面的面积，所以少的面积为 $6 \times 1 \times 1 = 6$

（2）如图切一刀，在原来面积的基础上多了两个面，所以表面积总和是 $1 \times 1 \times (6+2) = 8$

如图一共切了 5 刀，增加了 10 个面，所以表面积总和是 $1 \times 1 \times (6+10) = 16$