2013年第24届亚太小学数学奥林匹克邀请赛
上海赛区决赛（五年级）

1、计算：$(98765432.1)^2-98765432\times98765432.2=$（）。

【分析】原式$=(98765432.1)^2-(98765432.1-0.1)\times(98765432.1+0.1)$

$$=(98765432.1)^2-[(98765432.1)^2-0.1^2]$$
$$=0.01$$

2、小李看书，第一天看五页，之后每天都比前一天多看2页，14天后这本书正好看完，这本书共有（）页。

【分析】$5+(14-1)\times2=31$，这本书共有$(5+31)\times14\div2=252$页。

3、某景区门票价格为每人100元，16人以上团体可以享受7折优惠，50人以上可以享受6折优惠，现某单位有82人参观该景区，如按规定买票，最少应付（）元。

【分析】$82\times100\times0.6=4920$元。

4、在2013后边补上两个数码，组成一个六位数，且能被11整除，也能3整除，但不能被2整除，此六位数最小是（）。

【分析】由于2013本身是33的倍数，所以后面补上的两个数码组成的两位数也要是33的倍数，又由于不能使偶数，所以此六位数最小为201333。

5、对于数ab，规定运算“※”如下：a※b=5a+4b，请比较3.7※1.3（）1.3※3.7.（填大于、小于、等于）

【分析】$a*b=4(a+b)+a$，由于$3.7>1.3$，所以$3.7*1.3>1.3*3.7$。

6、有一堆红球与白球，球的总数在71和80之间，已知红球的个数是白球的6倍，那么红球有（）个。

【分析】球的总数是白球的7倍，所以共有77个球，其中11个白球，66个红球。

7、甲班36人，乙班44人，某次考试两个班全体同学的平均成绩是85分，乙班的平均成绩比甲班高4分，那么乙班的平均成绩是（）分。

【分析】设乙班平均分为x，则甲班平均分为$x-4$。

列得方程：

$$44x+36(x-4)=85\times(44+36)$$

解得$x=86.8$，于是乙班的平均分为86.8分。

8、12个边长为3的小正方形围成一个长方形，使得其围起来的面积最大，可以是空心，此时外圈的周长为（）。

【分析】显然，面积最大的时候是边长为12的的正方形，所以此时外圈周长为48。

9、小王和小张从 A 学校到 B 学校，小王以每分钟 90 米的速度步行，10 分钟后小张骑车，以分钟 240 米的速度从 A 学校到 B 学校，经过（）分钟后小张追上了小王。

【分析】$90\times10\div(240-90)=6$，故 6 分钟后小张追上小王。

10、甲乙丙分别教语文、数学、英语，现知道：（1）丙比英语老师大，（2）甲与数学老师不同岁；（3）数学老师比乙年龄小。那么英语老师是（）。

【分析】由于甲、乙均与数学老师不同岁，所以数学老师是丙，而丙比英语老师大，又比乙小，所以乙不是英语老师，是语文老师，英语老师是甲。

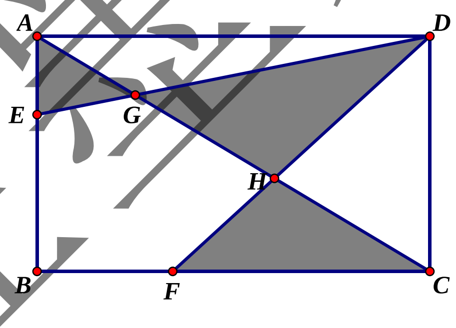
11、利用“+、-、*、/及添加（）计算 9、9、15、15，使其结果为 24”，请写出其表示方式（）。

【分析】$(15\times15-9)\div9=24$。

12、有一串数 1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、….中，第一个和第二个数都是 1，从第三个数开始，每个数都是它前边两个数的和，那么在这串数中，第 2013 个数被 4 除后，所得的余数是（）。

【分析】这个数列除以 4 的余数的规律为：（1、1、2、3、1、0）、1、1、……以 6 个数为周期循环，$2013\div6=335\cdots3$，所以，第 2013 个数除以 4 的余数为 2。

13、如图，长方形 ABCD 中，AB=18，BC=30，S△AEG+S△HFC=S△DGH，如果 AE=6，那么 FC=（）。



【分析】$S_{\Delta AED}+S_{\Delta DFC}=S_{\Delta AEG}+S_{\Delta AGD}+S_{\Delta HFC}+S_{\Delta DHC}=S_{\Delta DGH}+S_{\Delta AGD}+S_{\Delta DHC}=S_{\Delta ACD}$，

所以 $S_{\Delta AED}+S_{\Delta DFC}=270$，$S_{\Delta AED}=\frac{1}{2}\times30\times6=90$，得 $S_{\Delta DFC}=270-90=180$，

所以 $FC=180\times2\div18=20$。

14.规则:

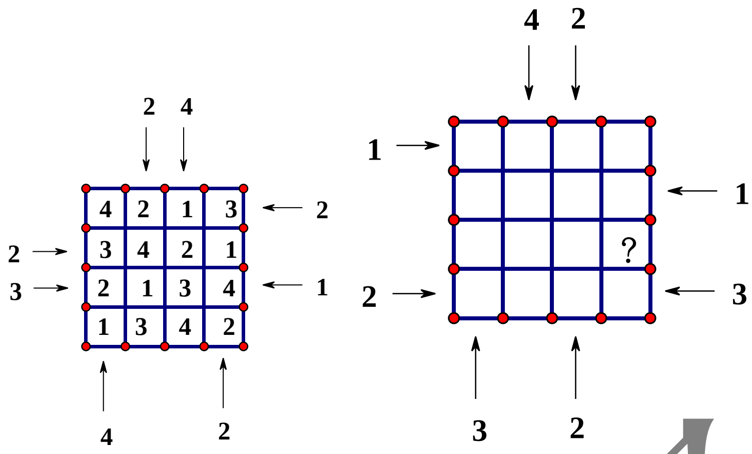
1.每个方格表示一幢大楼,层高 1-4

2.请在所有的方格里填上表示大楼楼层的数字 1-4

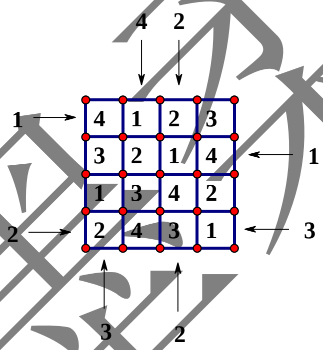
3.粗框外的箭头和数字表示从哪个方向能看到几幢楼

4.同一行同一列中不得出现相同的数字

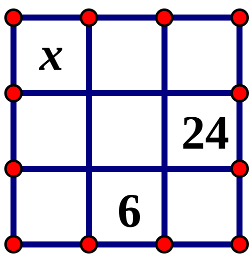
所以”?”处应该填数字 ______



【分析】由外面的 4 可得，这列为 1、2、3、4，由外面的 1 可得，该行或列第一个被看到的是 4，由第一列下方的 3，结合第一列第一个数为 4，可知第一列第三个数是 1，又由第四行右边的 3，结合该行第 2 个数 4 可知，该行的第 3 个数不能是 1，于是，第 4 个数是 1，此时第 2 行第 1 个数可以填了，是 3，于是第 2 行第 3 个数是 1，于是，第 4 行第 1 个数是 2，第 4 行第 3 个数是 3，此时可知“？”处是 2，具体填写见下图



15.所谓”三阶乘法幻方”是指在 3X3 的方格中填入 9 个不等于 0 的正整数,使得每行,每列及每条对角在线的三个数之积都相等,若将右图的乘法幻方补充完整,则其中”X”所代表的数是________



【分析】$x=\sqrt{6\times 24}=12$。

16.十进制制计算中,逢 9 必须进位,有保密员之间采用 r 进位制方式计算,在他们的运算中:

$(166)_r-(133)_r=(24)_{10}$，则 **r=_______**

【分析】$(166)_r-(133)_r=(33)_r=3\times r+3=24\Rightarrow r=7$。

17、长方体的长、宽、高各不相同且为整数，其表面上长方形的面积，最大的面积比最小的面积大 21，比第二大的面积大 16，则长方体体积为_____。

【分析】设长、宽、高分别为 $a>b>c$，则有 $ab-bc=21$，$ab-ac=16$，以及 $ac-bc=5$

即 $b(a-c)=21$，$a(b-c)=16$，$c(a-b)=5$，

由 $c(a-b)=5$，可知 $c=1$ 或 5

若 $c=1$，则 $a-b=5$，$b(a-1)=21$，$a(b-1)=16$，由于 $a-b=5$，所以 $(a-1)-b=4$，于是 $b=3$，$a-1=7\Rightarrow a=8$，长方体体积为 24

若 $c=5$，则 $a-b=1$，$b(a-5)=21$，$a(b-5)=16$，由于 $a-b=1$，所以 $b-(a-5)=4$，于是 $b=7$，$a-5=3\Rightarrow a=8$，长方体体积为 280

综上，长方体体积为 24 或 280

18、现在是下午 1 点整，再过_____分钟，分针第一次在时针与数字“6”之间并与他们距离相等。

【分析】设 x 分钟后分针在时针与“6”的正中间

列得方程：$(6-0.5)x-30=180-6x$

解得 $x=\dfrac{420}{23}=18\dfrac{6}{23}$，即 $18\dfrac{6}{23}$ 分钟后，分针第一次在时针与“6”的正中间

19、甲、乙两个工程队负责一个工程，按正常进度施工，需要 60 天完成，现在甲工作队效率增加一倍，乙工作队效率降低一半，需要 84 天完工，则甲工作队单独完成这项工作需要_____天。

【分析】设工作总量为 1，设甲、乙两队的工作效率依次为 x,y

列得方程组：$\begin{cases}60(x+y)=1\\84(2x+0.5y)=1\end{cases}$

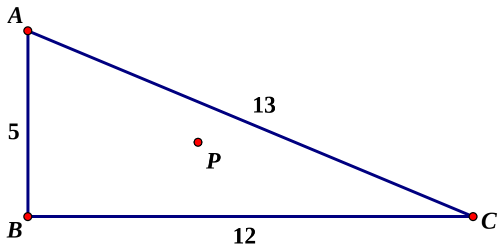
消去 y 得 $x=\dfrac{1}{420}$，$1\div\dfrac{1}{420}=420$，即甲单独完成这项工作需 420 天。

20、速度相同的甲、乙两车从 A 城开往 B 城。中午 12 点，甲车已行的路程是乙车已行路程的 6 倍；下午 3 点，甲车已行的路程是乙车已行路程的 2 倍。则甲车是从 A 城早上_____点_____分出发的。

【分析】设中午 12 点时，乙的路程为 1，则此时甲的路程为 5，下午 3 点时，由于甲乙速度相等，所以路程差不变，为 5，又甲的路程是乙的路程的 2 倍，于是甲、乙的路程分别为 10、5，即 3 个小时内，各自行驶了 4，所以甲车需 7.5 小时才能行驶路程

10，于是驾车时 7 点 30 分出发的。

21、如图，直角三角形 ABC 中，角 B 为直角，P 为三角形内一点，且到 BC、AC 边的距离分别为 2 和 1，则点 P 到 AB 边的距离是_____。



【分析】$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times5\times12=30$，$S_{\Delta APC}=\frac{1}{2}\times13\times1=6.5$，$S_{\Delta BPC}=\frac{1}{2}\times12\times2=12$，

$S_{\Delta APB}=30-6.5-12=11.5$，于是 P 到 AB 的距离为 $11.5\times2\div5=4.6$。

22、从数字 3、4、5、6 中各取 4 个，将得到的 16 个数字任意分成 4 组，组成 4 个四位数（如 3333、4444、5566、6655），则这 4 个四位数之和的数字和最小为_____。

【分析】$3\times4+4\times4+5\times4+6\times4=72$，所以这 4 个四位数之和一定是 9 的倍数，所以数字和最小为 9（显然不可能为 0），而 3334+4435+4565+5666=18000，所以数字和最小为 9。

23、用数字 0、1、2 组成的小于 2000 的四位数中，有_____个 7 的倍数。

【分析】根据 7 的判断方法，应由后三位减去第一位，而除去 1000，后三位减去第一位均应不小于 0，而 1000 不是 7 的倍数，所以考虑后三位减去第一位的差，由于数字只有 0、1、2，且千位一定为 1，可知所得之差只可能由 0、1、2、9 组成：

1、差为 0，则有 1001 这 1 个

2、差为 21，则有 1022 这 1 个

3、差为 91，不可能

4、差为 112，不可能

5、差为 119，则有 1120 这 1 个

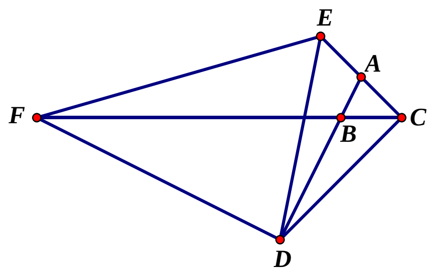
6、差为 210，则有 1211 这 1 个

综上，共有 4 个。

24、圆周上均匀分布着 5 个点，若以它们为端点连两条线段则可将圆分成三部分（在圆内不相交，也没有公共端点，下同）。则将圆分成三部分的连法有_____种。（旋转或翻折后相同的计为不同）

【分析】根据题意，两条线段共用到 4 个端点，而对于任意 4 个端点来说，有 2 种不同的连法（不妨设顺时针 A、B、C、D 这 4 个点，则有 AB、CD 以及 AD、BC 这 2 种连法），而 5 个点中取 4 个点有 5 种取法，故共有 10 种连法。

25、如图，已知：EA=AC，BD=3AB，FB=5BC，$S_{\Delta DEF}=88$，则 $S_{\Delta ABC}=$_____。



【分析】设 $S_{\Delta ABC}=a$，则由 EA=AC，$S_{\Delta EAB}=S_{\Delta ABC}=a$，由 BD=3AB，$S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta ABC}=3a$，

由 FB=5BC，$S_{\Delta EFB}=5S_{\Delta EBC}=10a$，$S_{\Delta DFB}=5S_{\Delta DBC}=15a$，又由 EA=AC，

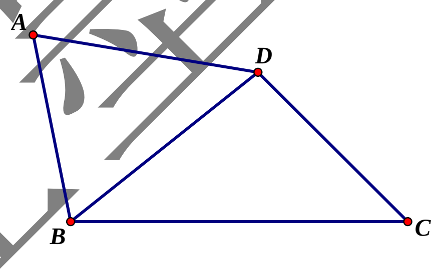
$S_{\Delta EBD}=S_{\Delta BCD}=3a$，于是，$S_{\Delta DEF}=S_{\Delta EFB}+S_{\Delta DFB}-S_{\Delta EBD}=22a$，于是，$a=4$，

即 $S_{\Delta ABC}=4$。

26、将 1、2、……、16 这 16 个正整数按某种顺序排成一行，可以使得任意两个相邻数之和为完全平方数。则第一项与最后一项之和为_____。

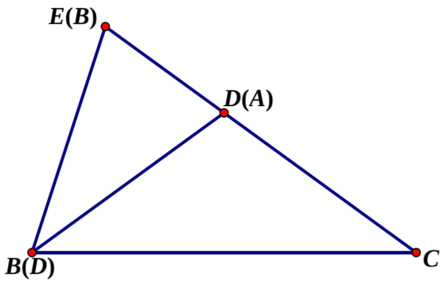
【分析】由于 1+2=3，15+16=31，所以相邻两数之和可能等于 4、9、16、25，发现 8 的边上只能填 1，16 的边上只能填 9，于是这列数的两端分别是 8 和 16，即第一项与最后一项和为 24。

27、如图，在四边形 ABCD 中，DA=DB=DC，A、C 两点分别在直线 BD 两侧。$\angle DAB+\angle BDC=180°$，AB+CD=BC，则 $\angle DBC$_____度。（本图只为示意图，并不符合真实尺寸和角度）



【分析】旋转三角形 ABD，使 A 与 D 重合，D 与 B 重合，由于 DB=DC，所以 $\angle DBC=\angle DCB$，又 BE=BD，所以 $\angle BED=\angle BDE=2\angle DBC$，又 CE=DE+DC=BA+CD=BC，所以 $\angle EBC=\angle BEC=2\angle DBC$，

于是，$\angle BEC+\angle EBC+\angle DCB=5\angle DBC=180°\Rightarrow\angle DBC=36°$。



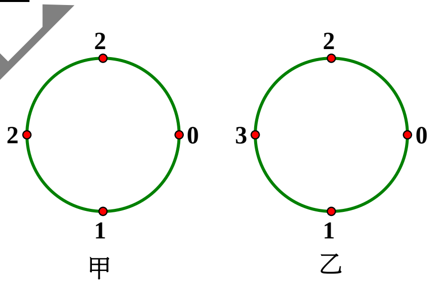
28、将 1 到 6 这 6 个正整数排成一行，要求：1 在 2 左边，3 在 4 左边，5 在 6 左边。如（1、3、5、2、6、4）是可以的；而（2、3、5、1、6、4）是不可以的，则这样的排法有______种。

【分析】在 6 个位置中，我们先选取 2 个位置放 1 和 2，由于要求 1 在 2 左边，所以放法只有 1 种；然后再选取 2 个位置放 3 和 4，由于要求 3 在 4 左边，所以放法只有 1 种；最后剩下 2 个位置放 5 和 6，由于要求 5 在 6 左边，所以放法只有 1 种。于是，一共有 $C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2 = 90$ 种排法。

29、甲、乙两人在一个 360 米的环形跑道上跑步，他们以同样的速度在某处相背出发。乙始终匀速跑步，甲每跑 72 米，速度翻倍，直至甲乙相遇；第一次相遇后，甲此时的速度开始减半，同时每跑 72 米速度再减半，直至甲乙再次相遇；第二次相遇时，甲此时的速度翻倍，同时每跑 72 米速度再翻倍。当他们第三次相遇时，甲共跑了______米。

【分析】一开始，两人速度相同，甲跑 72 米，乙也跑 72 米；然后甲速度翻倍，变为乙的 2 倍，甲跑 72 米，乙跑 36 米；然后甲速度再翻倍，变为乙的 4 倍，甲跑 72 米，乙跑 18 米；此时，两人共跑了 342 米，离相遇还剩 18 米，此时甲速度再翻倍，变为乙的 8 倍，所以甲跑 16 米，乙跑 2 米，2 人相遇，其中，甲跑了 232 米。此时，甲速度减半，变为乙的 4 倍，甲跑 72 米，乙跑 18 米；然后甲速度再减半，变为乙的 2 倍，甲跑 72 米，乙跑 36 米；然后甲速度再减半，和乙相同，甲跑 72 米，乙跑 72 米；此时，两人共跑了 342 米，离相遇还剩 18 米，此时甲速度再减半，变为乙的一半，所以甲跑 6 米，乙跑 12 米，2 人相遇，其中，甲跑了 222 米。此时，甲的速度翻倍，和乙相同，相当于回到出发情况，因此，在第三次相遇过程中，甲跑的路程与第一次相遇过程一样，都是 232 米，所以当他们第三次相遇时，甲共跑了 686 米。

30、在圆上 A、B、C、D 四个位置天上 4 个数 2、0、1、2（如图甲），如果进行这样的操作：每次选一个位置上的数加 1，那么最少需要 3 次操作能达到四个位置上的数相同，操作方法有 3 种（C 位+1，B 位两次+1； B 位两次+1，C 位+1；和 B 位+1，C 位+1，B 位再+1）。现在如图乙，从 2、0、1、3 开始，将操作方法变为每次将三个位置上的数同时加 1，则在操作次数最少时，共有______种操作方法使之达到四个位置上的数相等。



甲　　乙

【分析】将三个位置上的数同时加 1，相当于将剩下的一个位置上的数减 1，于是，要将 2、0、1、3 这四个数变为相等的 4 个数，至少要操作 6 次，其中 A 位有 2 次不变、C 位有 1 次不变、D 位有 3 次不变。这 6 次操作共有 $C_6^1 \times C_5^2 \times C_3^3 = 60$ 种排列方法，即共有 60 种不同的操作方法。