2012 年亚太小学奥林匹克第一回合

2 小时
（总分：150 分）
2008 年 4 月 14 日
上午 9:00－11:00

（注意事项）
1 尽量解答所有问题。
2 不准使用数学用表或计算器。
3 答案请另填写在所提供的第一回合的作答卷上。
4 只有正确答案才能得分。

第一题至第十题，每题 4 分
第十一题至第二十题，每题 5 分
第二十一题至第三十题，每题 6 分

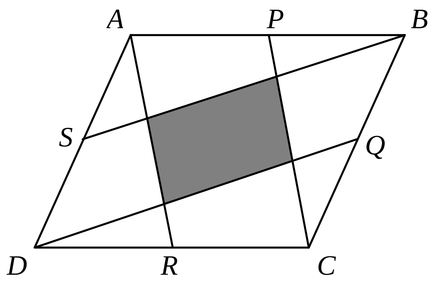
【第 1 题】
计算：$29999+2999+299+29+9$。
【分析与解】
计算，凑整。

$$29999+2999+299+29+9=(30000-1)+(3000-1)+(300-1)+(30-1)+9$$

$$=(30000+3000+300+30)+(9-1-1-1-1)=33330+5=33335$$

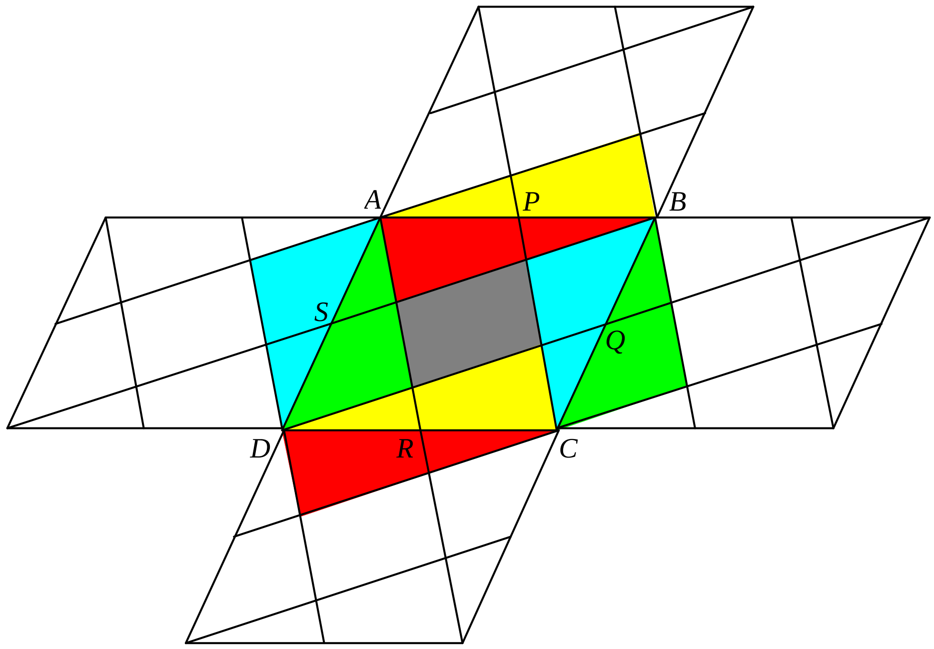
【第 2 题】

图中 $ABCD$ 为平行四边形。四条边的中点分别为 P， Q， R 和 S 。已知阴影部分的面积为 $20cm^2$，请问平行四边形 $ABCD$ 的面积为多少 cm^2？



【分析与解】

几何，面积，割补。



阴影部分的面积是平行四边形 $ABCD$ 的面积的 $\frac{1}{5}$;

平行四边形 $ABCD$ 的面积是阴影部分面积的 5 倍;

平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $20\times5=100cm^2$ 。

【第 3 题】

小珍将以下正整数中的所有数字相加，得到一个新的数 n_1。

$\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2012个3}$

然后，她将 n_1 中的所有数字相加，得到另一个新的数 n_2。她不断重复以上操作，直到加出一个个位数为止。

试求该个位数。

【分析与解】

数论，整除。

$\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2012个3}=9\times\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2010个3}$ 是 9 的倍数;

如果一个数是 9 的倍数，那么这个数的数字之和也是 9 的倍数;

故 n_1， n_2， $\ldots$ 都是 9 的倍数;

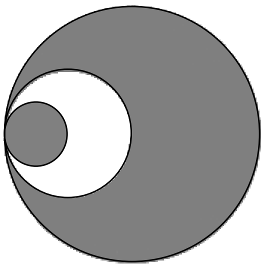
$0\sim9$ 中，只有 0 和 9 是 9 的倍数;

而一个非零自然数，将其数字相加，数字之和不可能是 0;

故该个位数是 9。

【第 4 题】

如图所示大中小三个圆，小圆的圆周经过中圆的圆心，中圆的圆周又经过大圆的圆心。试求图中阴影部分与空白部分的面积比。



【分析与解】

几何，圆的面积。

小圆、中圆、大圆的半径之比为 $1:2:4$;

小圆、中圆、大圆的面积之比为 $1^2:2^2:4^2=1:4:16$;

阴影部分与空白部分的面积比 $(16-4+1):(4-1)=13:3$。

【第 5 题】

已知四个连续正整数的乘积为5040，求其中最小数的值。

【分析与解】

整除，分解质因数。

将5040分解质因数：$5040=2^4\times3^2\times5\times7$；

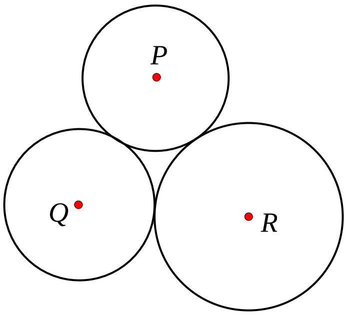
故$5040=7\times8\times9\times10$；

即这四个连续的正整数依次为7、8、9、10；

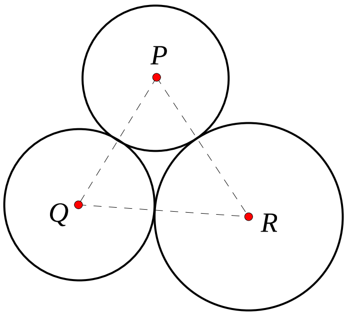
其中最小数的值是7。

【第 6 题】

图示三个圆心各为P，Q与R的圆。每个圆都与另两个圆相互外切。如果$PQ=35cm$，$QR=36cm$，$PR=37cm$，且圆R的半径为$x\ cm$，试求x的值。



【分析与解】



$$\begin{cases} PQ=r_{圆P}+r_{圆Q}=35cm \\ QR=r_{圆Q}+r_{圆R}=36cm \\ PR=r_{圆P}+r_{圆R}=37cm \end{cases};$$

三个式子相加，得$\left(r_{圆P}+r_{圆Q}+r_{圆R}\right)\times2=108cm$； $r_{圆P}+r_{圆Q}+r_{圆R}=54cm$；

故$\begin{cases} r_{圆P}=18cm \\ r_{圆Q}=17cm \\ r_{圆R}=19cm \end{cases}$；

则x的值是19。

【第 7 题】

$12!$ 等于

⑴ 479001600；⑵ 479000610；⑶ 479000160；⑷ 479000061；⑸ 479000016

[注：$n!=(n)\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1$，例如 $5!=5\times4\times3\times2\times1$。]

【分析与解】

数论，末尾的零。

因为 $12\div5=2\cdots\cdots2$；

所以 $12!$ 含 2 个因数 5；

而因数 2 的个数比因数 5 的个数多；

所以 $12!$ 末尾有两个零；

故 $12!=479001600$；选⑴。

【第 8 题】

小安，小明和大成三人之中，只有一人会游泳。小安说："我会游泳。"小明说："我不会游泳。"大成说："小安不会游泳。"他们当中只有一个人说的是实话。请问会游泳的究竟是谁？

【分析与解】

逻辑推理。

因为小安与大成的话正好相反；

所以小安、大成中必有一人说实话、一人说假话；

而小安、小明、大成当中只有一个人说的是实话

所以小明说是我实话；

所以会游泳的是小明。

【第 9 题】

某次数学测验的满分为 10 分。十位同学拿回测验卷之后，每人都将除他自己以外的另外九人成绩相加，得到以下十个结果：66，66，67，67，68，68，69，70，71，72。求十人之中的最低分。

【分析与解】

最值问题。

这十个结果的和相当于每位同学的分数算了 9 次；

故这十位同学的总分为 $(66+66+67+67+68+68+69+70+71+72)\div9=76$；

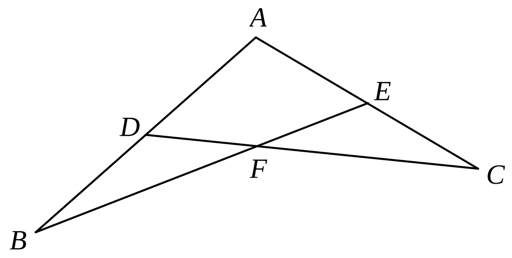
因为这十位同学的总分固定不变；

所以最低分的人将除他自己以外的另外九人成绩相加得分最高，为 72；

故十人之中的最低分为 $76-72=4$ 分。

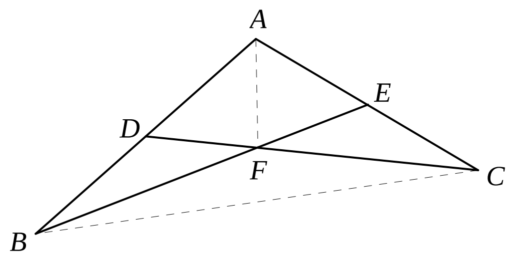
【第 10 题】

如图所示，D 和 E 分别为 AB 和 AC 的中点。BE 和 CD 相交于点 F 。如果四边形 $ADFE$ 的面积为 $256cm^2$，请问三角形 ABE 的面积为多少 cm^2？



【分析与解】

几何，面积，等积变形。



分别联结 AF 、 BC；

根据“共边模型”:

因为 D 和 E 分别为 AB 和 AC 的中点;

所以 $S_{\Delta ADF}=S_{\Delta BDF}=S_{\Delta ABF}\times\frac{1}{2}$， $S_{\Delta AEF}=S_{\Delta CEF}=S_{\Delta ACF}\times\frac{1}{2}$；

根据“燕尾模型”:

因为 D 和 E 分别为 AB 和 AC 的中点;

所以 $S_{\Delta ACF}=S_{\Delta BCF}$， $S_{\Delta ABF}=S_{\Delta BCF}$；

所以 $S_{\Delta ABF}=S_{\Delta ACF}$；

所以 $S_{\Delta BDF}=S_{\Delta ADF}=S_{\Delta AEF}=S_{\Delta CEF}$；

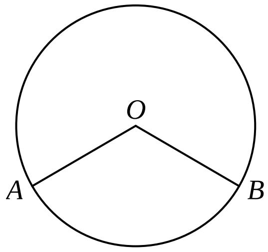
因为 $S_{四边形ADFE}=S_{\Delta ADF}+S_{\Delta AEF}=256cm^2$；

所以 $S_{\Delta ADF}=S_{\Delta BDF}=S_{\Delta AEF}=S_{\Delta CEF}=S_{四边形ADFE}\div 2=256\div 2=128cm^2$；

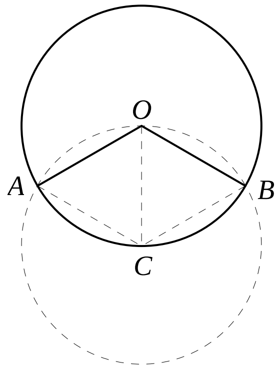
所以 $S_{\Delta ABE}=S_{\Delta BDF}+S_{\Delta ADF}+S_{\Delta AEF}=128\times 3=384cm^2$。

帆影点点

【第 11 题】
图中圆O经过两点A和B。已知该圆半径为$5cm$，而且角AOB为120°。如有另一个经过三点O，A和B的圆，请问这个圆的半径是多少cm？



【分析与解】
几何。



作$\angle AOB$的角平分线，交圆O于点C，分别联结AC、BC；
因为OC平分$\angle AOB$（已作）；
所以$\angle AOC=\angle BOC=\angle AOB\times\frac{1}{2}=120^{\circ}\times\frac{1}{2}=60^{\circ}$（角平分线的定义）；
因为$OA=OC=OB$（同圆的半径相等）；
所以ΔAOC和ΔBOC是等边三角形（有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形）；
所以$OC=AC$，$OC=BC$（等边三角形的三条边相等）；
因为$OC=5cm$（已知）；
所以$AC=OC=BC=5cm$（等量代换）；
故经过三点O，A和B的圆的圆心为点C，半径为$5cm$。

【第 12 题】

一条直线最多可将一个平面分成两部分，两条直线最多可将一个平面分成 4 部分。请问 5 条直线最多可将一个平面分成几部分？

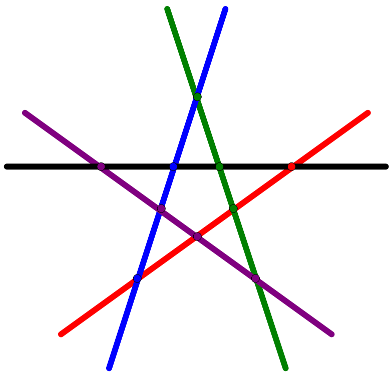
【分析与解】

直线分平面。

第 1 条直线将平面分成 2 个部分;

	新增加的直线上的交点数	新增加的直线分成的段数	新增加的部分
第 2 条直线	1	2	2
第 3 条直线	2	3	3
第 4 条直线	3	4	4
第 5 条直线	4	5	5

5 条直线最多可将一个平面分成 $2+2+3+4+5=16$ 个部分。



【第 13 题】

计算：$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{4}+\cdots+\frac{1}{100}+\frac{2}{100}+\frac{3}{100}+\cdots+\frac{98}{100}+\frac{99}{100}+\frac{100}{100}$。

【分析与解】

计算，分数数列。

通项公式：$\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\cdots+\frac{n}{n}=\frac{(1+n)\times n\div 2}{n}=(1+n)\div 2$；

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{4}+\cdots+\frac{1}{100}+\frac{2}{100}+\frac{3}{100}+\cdots+\frac{98}{100}+\frac{99}{100}+\frac{100}{100}$$

$$=\frac{1}{1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{100}+\frac{2}{100}+\frac{3}{100}+\cdots+\frac{98}{100}+\frac{99}{100}+\frac{100}{100}\right)$$

$$=\frac{(1+1)\times 1\div 2}{1}+\frac{(1+2)\times 2\div 2}{2}+\frac{(1+3)\times 3\div 2}{3}+\frac{(1+4)\times 4\div 2}{4}+\cdots+\frac{(1+100)\times 100\div 2}{100}$$

$$=(1+1)\div 2+(1+2)\div 2+(1+3)\div 2+(1+4)\div 2+\cdots+(1+100)\div 2=2\div 2+3\div 2+4\div 2+5\div 2+\cdots+101\div 2$$

$$=(2+3+4+5+\cdots+101)\div 2=\left[(2+101)\times 100\div 2\right]\div 2=2575$$

【第 14 题】

两列火车 A 和 B 各以每小时 48km 的速度从两端相向而行。小珍在火车 A 上，她注意到火车 B 从她身边开过用了 6 秒钟。请问火车 B 全长多少米？

【分析与解】

行程问题，火车过桥。

48 千米/时 $=\dfrac{40}{3}$ 米/秒;

火车 B 全长为 $\left(\dfrac{40}{3}+\dfrac{40}{3}\right)\times 6=160$ 米。

【第 15 题】

试求小于 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}$ 的最大整数。

【分析与解】

计算，估算取整。

因为 $\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}<\dfrac{1}{100}\times 10=\dfrac{1}{10}$;

所以 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}>10$;

因为 $\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}>\dfrac{1}{110}\times 10=\dfrac{1}{11}$;

所以 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}<11$;

故 $10<\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}<11$;

则 $\left[\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}\right]=10$，即小于 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+\cdots+\dfrac{1}{109}+\dfrac{1}{110}}$ 的最大整数是 10。

【第 16 题】

试求符合以下条件的最大整数k：$\underbrace{12\times12\times12\times\cdots\times12}_{50}>\underbrace{k\times k\times k\times\cdots\times k}_{75}$。

【分析与解】

计算，估算。

因为$\underbrace{12\times12\times12\times\cdots\times12}_{50个12}>\underbrace{k\times k\times k\times\cdots\times k}_{75个k}$；

所以$\underbrace{(12\times12)\times(12\times12)\times\cdots\times(12\times12)}_{25个12\times12}>\underbrace{(k\times k\times k)\times(k\times k\times k)\cdots\times(k\times k\times k)}_{25个k\times k\times k}$；

即$\underbrace{144\times144\times\cdots\times144}_{25个144}>\underbrace{k^3\times k^3\cdots\times k^3}_{25个k^3}$；

所以$144>k^3$；

因为$5^3=125$，$6^3=216$；

所以满足条件的最大整数$k=5$。

【第 17 题】

小雯带了一笔钱去旅行，为期十天。第一天，她花了所有钱的$\frac{1}{10}$。第二天，她花了第一天剩余数目的$\frac{1}{9}$。第三天，她花了第二天剩余数目的$\frac{1}{8}$。第四天，…（按以上规律类推）。第九天，她花了第八天剩余数目的$\frac{1}{2}$，还剩99元钱。请问她一开始带了多少钱？

【分析与解】

分倍问题。

小雯一开始带了$99\div\left[\left(1-\frac{1}{10}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]=99\div\left(\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{7}{8}\times\cdots\times\frac{1}{2}\right)=99\div\frac{1}{10}=990$元。

【第 18 题】

甲乙丙丁四个班级的学生分别都少于50人，并且这四个班级平均每班有46人。已知甲班和乙班的学生人数相差4人，乙班和丙班的学生人数相差3人，丙班和丁班的学生人数相差2人。如果甲班的学生最多，请问甲班有几名学生？

【分析与解】

逻辑推理。

因为甲班人数最多;

又因为甲、乙两班相差4人;

所以甲班比乙班多4人，即$甲-乙=4$;

所以$乙=甲-4$;

因为乙、丙两班相差3人;

所以可以是乙班比丙班多3人也可以是丙班比乙班多3人，即$乙-丙=3$或$丙-乙=3$;

所以$丙=甲-7$或$丙=甲-1$;

因为丙、丁两班相差2人;

所以可以是丙班比丁班多2人也可以是丁班比丙班多2人，即$丙-丁=2$或$丁-丙=2$;

当$丙=甲-7$时，$丁=甲-9$或$丁=甲-5$;

当$丙=甲-1$时，$丁=甲-3$或$丁=甲+1$（不符合A班人数最多，舍去);

综上所述，有3种情况: ①$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-7\\丁=甲-9\end{cases}$，②$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-7\\丁=甲-5\end{cases}$，③$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-1\\丁=甲-3\end{cases}$。

①当$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-7\\丁=甲-9\end{cases}$时，甲、乙、丙、丁四班的平均人数比甲班$(4+7+9)\div 4=5$人;

则甲班有$46+5=51$人，不符合人数少于50人;

②当$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-7\\丁=甲-5\end{cases}$时，甲、乙、丙、丁四班的平均人数比甲班$(4+7+5)\div 4=4$人;

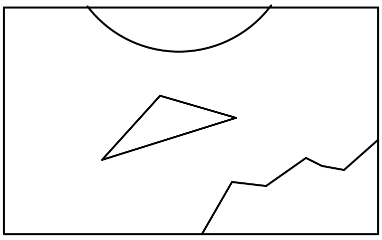
则甲班有$46+4=50$人，不符合人数少于50人;

③当$\begin{cases}乙=甲-4\\丙=甲-1\\丁=甲-3\end{cases}$时，甲、乙、丙、丁四班的平均人数比甲班$(4+1+3)\div 4=2$人;

则甲班有$46+2=48$人，乙班有$48-4=44$人，丙班有$48-1=47$人，丁班有$48-3=45$人。

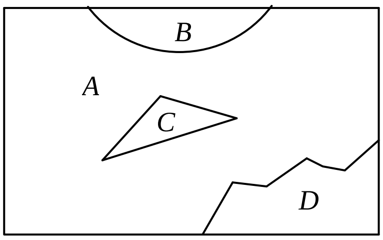
【第 19 题】

以下图形含有 4 个区域。用最多四种颜色将区域着色，每个区域一种颜色，且相邻区域颜色不同。请问一共有多少种不同的着色法？



【分析与解】

计数，乘法原理。

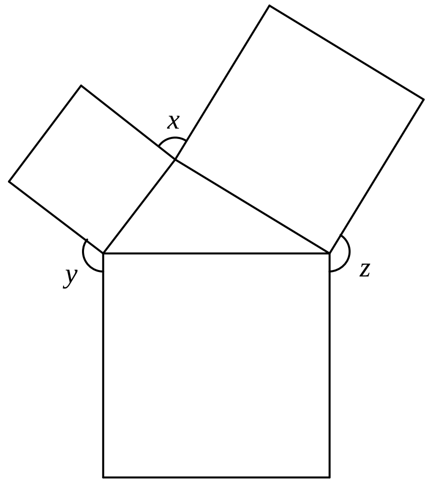


如图所示，A、B、C、D 依次有 4 种、3 种、3 种、3 种颜色将区域着色;

由乘法原理，一共有 $4\times3\times3\times3=108$ 种不同的着色法。

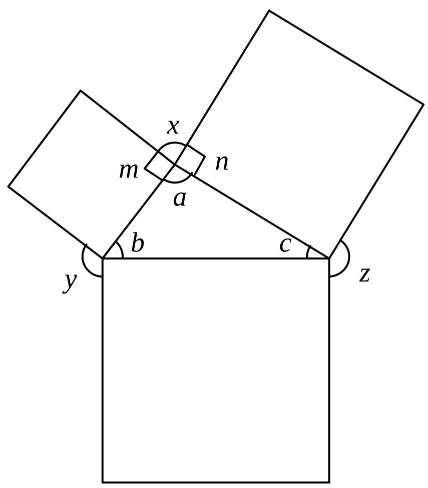
【第 20 题】

如图所示，三个正方形和一个三角形组成了一个几何图形。试求角 x， y， z 的度数和。



【分析与解】

几何，角度。



因为 $\angle x+\angle m+\angle a+\angle n=360^{\circ}$（周角的定义）;

又因为 $\angle m=\angle n=90^{\circ}$（正方形的每个角都是直角）;

所以 $\angle x+\angle a=180^{\circ}$（等式的性质）;

同理， $\angle y+\angle b=180^{\circ}$， $\angle z+\angle c=180^{\circ}$;

所以 $\angle x+\angle y+\angle z+\angle a+\angle b+\angle c=540^{\circ}$（等式的性质）;

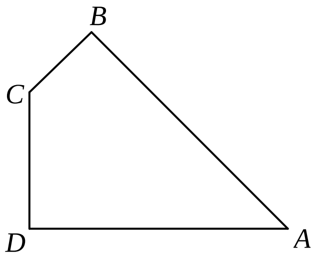
因为 $\angle a+\angle b+\angle c=180^{\circ}$（三角形的内角和等于 180°）;

所以 $\angle x+\angle y+\angle z=360^{\circ}$（等式的性质）。

帆影点点

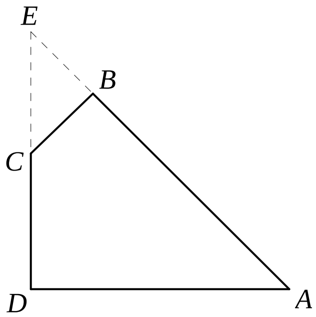
【第 21 题】

如图所示，$AD=6cm$，$BC=2cm$，角 ABC 和角 ADC 都是直角，角 $BCD=135^\circ$。请问四边形 $ABCD$ 的面积为多少 cm^2？



【分析与解】

几何，巧求面积。



分别延长 AB、DC，交于点 E；

因为 $\angle ABC+\angle EBC=180^\circ$，$\angle ABC=90^\circ$；所以 $\angle EBC=90^\circ$；

因为 $\angle BCD+\angle BCE=180^\circ$，$\angle BCD=135^\circ$；所以 $\angle BCE=45^\circ$；

因为 $\angle EBC+\angle BCE+\angle E=180^\circ$；所以 $\angle E=45^\circ$；

所以 $\angle BCE=\angle E$；所以 $BC=BE$；

所以 ΔBCE 是等腰直角三角形;

因为 $BC=2cm$；所以 $BE=2cm$；所以 $S_{\Delta BCE}=BC\times BE\div 2=2\times 2\div 2=2cm^2$；

因为 $\angle D+\angle A+\angle E=180^\circ$；$\angle D=90^\circ$，$\angle E=45^\circ$；所以 $\angle A=45^\circ$；

所以 $\angle A=\angle E$；所以 $AD=ED$；

所以 ΔADE 是等腰直角三角形;

因为 $AD=6cm$；所以 $ED=6cm$；所以 $S_{\Delta ADE}=AD\times ED\div 2=6\times 6\div 2=18cm^2$；

所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\Delta ADE}-S_{\Delta BCE}=18-2=16cm^2$。

帆影点点

【第 22 题】

一辆巴士计划以每小时 x km 的匀速从 A 城驶向 B 城。如果该巴士的速度提高 20%，那么它可比原计划提前两个小时抵达 B 城。如果该巴士以每小时 x km 的速度行驶了 240km 之后，速度降低至原来的 80%，那么它将比原计划推迟两个小时抵达 B 城。请问 A 和 B 两城之间的距离为多少 km？

【分析与解】

行程问题，比和比例解行程。

如果速度提高了 20%，则提高后的速度与原来的速度比为 $(1+20\%):1=6:5$；

则速度提高后的时间与原来的时间比为 $5:6$；

原来的时间为 $2\div(6-5)\times 6=12$ 小时；

如果速度降低至原来的 80%，则降低后的速度与原来的速度比为 $80\%:1=4:5$；

则速度降低后的时间与原来的时间比为 $5:4$；

速度降低后行驶的时间为 $2\div(5-4)\times 5=10$ 小时；

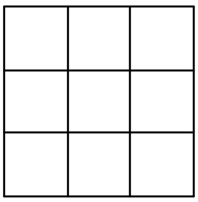
速度降低之前行驶的时间为 $12+2-10=4$ 小时；

这辆巴士原来的速度为 $240\div 4=60$ 千米/时；

A 和 B 两城之间的距离为 $60\times 12=720$ 千米。

【第 23 题】

在下图的九个正方形中，选取两个正方形涂上阴影。如果这两个正方形不可以有公共边，请问有多少种涂阴影的方法？



【分析与解】

计数。

从 9 个正方形中任选 2 个涂上阴影有 $C_9^2=\dfrac{9\times 8}{2\times 1}=36$ 种方法；

其中涂阴影的两个正方形有公共边的有 12 种；

故如果这两个正方形不可以有公共边，请问有 $35-12=24$ 种涂阴影的方法。

【第 24 题】

小珍的闹钟每小时走慢 5 分钟。某天晚上，小珍将闹钟调到标准时间 2100 。如果她希望闹钟第二天早上 0700 （标准时间）闹铃，那么她应该将闹钟调到几点闹铃？

[注：2100 代表晚上 9 点，0700 代表早上 7 点。]

【分析与解】

钟表问题。

小珍的闹钟每小时走慢 5 分钟;

从 $21:00$ 到第二天早上 $7:00$ ，标准时间过了 10 小时;

故小珍的闹钟走慢 $5\times10=50$ 分钟;

则小珍应该将闹钟调到第二天早上 $6:10$ 闹铃，即 0610 。

【第 25 题】

某月有 5 个星期二，而且这个月的第一天和最后一天都不是星期二。请问这个月的最后一天是星期几？

【分析与解】

时间与日期。

某月有 5 个星期二，可得

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
		×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×				

这个月的第一天和最后一天都不是星期二，可得

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×			

故这个月的最后一天是星期三。

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【第 26 题】

计算：

$$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2011}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}\right)-\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}\right)。$$

【分析与解】

计算，换元法，乘法分配律。

设 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}=A$，$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}=B$；

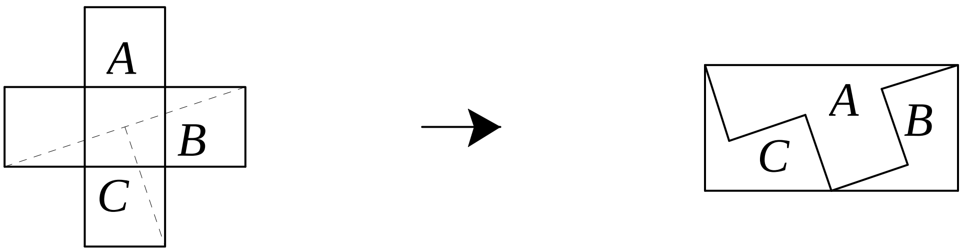
$$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2011}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}\right)-\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}\right)$$

$$=(1-A)\times B-(1-B)\times A=(B-A\times B)-(A-B\times A)=B-A$$

$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2011}\right)=\frac{1}{2012}$$

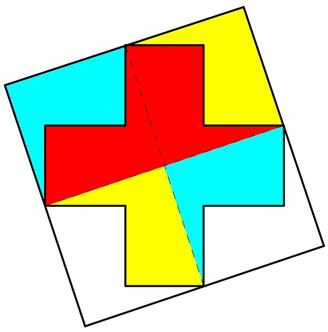
【第 27 题】

图中五个正方形组成了一个十字图形。此图形被两条直线（如图中虚线所示）分成三部分 A，B 和 C。A，B 和 C 可被重新组合成一个长方形。假设这个长方形的长为 $12cm$，请问长方形的宽是多少 cm？



【分析与解】

图形剪拼。



如图所示，长方形的宽是长的一半，故长方形的宽是 $12\div2=6cm$。

【第 28 题】

大卫从商城的二楼乘电动扶梯去一楼。如果他边乘扶梯边向下走了14个台阶，那么他需要30秒钟从扶梯的顶端到达底端；如果他边乘扶梯边向下走了28个台阶，那么他只需要20秒钟就可以到达底端。请问电动扶梯共有多少台阶？

【分析与解】

行程问题。

自动扶梯向下的台阶数＋大卫向下走的台阶数＝自动扶梯在外面的台阶数;

第一次：大卫边乘扶梯边向下走了14个台阶，那么他需要30秒钟从扶梯的顶端到达底端;

第二次：大卫边乘扶梯边向下走了28个台阶，那么他需要20秒钟从扶梯的顶端到达底端;

大卫第一次比第二次多走了 $28-14=14$ 个台阶;

自动扶梯第一次比第二次下行少了14个台阶;

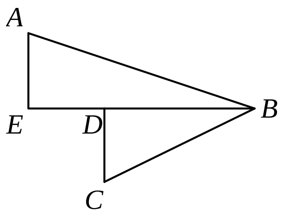
自动扶梯第一次比第二次下行少用了 $30-20=10$ 秒;

自动扶梯向下的速度为 $14\div10=1.4$ 台阶/秒;

电动扶梯共有 $14+1.4\times30=56$ 或 $28+1.4\times20=56$ 台阶。

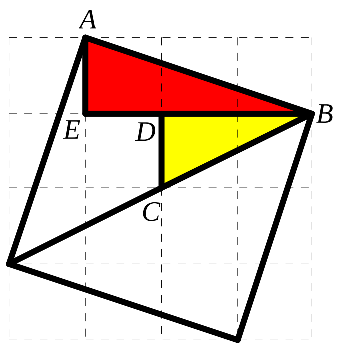
【第 29 题】

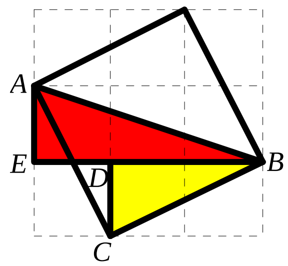
如图所示，ABE 和 BCD 都是直角三角形。点 D 在 BE 上，$AE=ED=DC=1cm$，$DB=2cm$。试求角 ABC 的度数。



【分析与解】

几何，角度。





如图所示，$\angle ABC=45^\circ$.

【第 30 题】

有一个6位数 $\overline{abcdef}$ 。当其中的数字交换位置，组成一个新的6位数 $\overline{defabc}$ ，且 $\overline{defabc}=6\times\overline{abcdef}$ 。试求原来的6位数 $\overline{abcdef}$ 。

【分析与解】

数论，位值原理。

$\overline{defabc}=6\times\overline{abcdef}$ ；

$\overline{def}\times1000+\overline{abc}=6\times\left(\overline{abc}\times1000+\overline{def}\right)$;

$\overline{abc}\times5999=\overline{def}\times994$;

$\overline{abc}\times7\times857=\overline{def}\times2\times7\times71$;

$\overline{abc}\times857=\overline{def}\times142$;

$\begin{cases}\overline{abc}=142\\\overline{def}=857\end{cases}$;

即 $\overline{abcdef}=142857$ 。

感谢轻墨柔扬提供试题资料