



2001 年亚太小学奥林匹克邀请赛

2 小时

(总分: 60 分)

2001 年 5 月 26 日

上午 9:00–11:00

(注意事项)

- 1 尽量解答所有问题。
- 2 不准使用数学用表或计算器。
- 3 解题步骤必须清楚写在问题下的空白部分。
- 4 解题方法和答案都有分数。
- 5 本试题共有 6 题, 每题 10 分。





1. The value of the product

$$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20$$

ends with 2 consecutive zeros.

How many consecutive zeros with the value of each of the following products end with ?

(a) $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 100,$

(b) $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 1000 .$





【译文】

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20$ 乘积的末尾有 2 个连续的零。

请问：下列各式乘积的末尾分别有多少个连续的零？

(a) $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100$;

(b) $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000$ 。

【分析与解】

1 个因数 2 和 1 个因数 5 相乘，乘积的末尾会有 1 个零。

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100$ 乘积中因数 5 的个数比因数 2 的个数少；

$$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 50);$$

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100$ 乘积中因数 5 的个数与 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50$ 乘积中因数 5 的个数相同；

$$50 \div 5 = 10, \quad 10 \div 5 = 2;$$

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50$ 乘积中有 $10 + 2 = 12$ 个因数 5；

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100$ 乘积中有 12 个因数 5；

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 100$ 乘积的末尾有 12 个连续的零。

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000$ 乘积中因数 5 的个数比因数 2 的个数少；

$$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500);$$

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000$ 乘积中因数 5 的个数与 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500$ 乘积中因数 5 的个数相同；

$$500 \div 5 = 100, \quad 100 \div 5 = 20, \quad 20 \div 5 = 4;$$

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500$ 乘积中有 $100 + 20 + 4 = 124$ 个因数 5；

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000$ 乘积中有 124 个因数 5；

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000$ 乘积的末尾有 124 个连续的零。





2. There are several red balls and white balls on the table.

If one red ball and one white ball are removed together each time until no red balls are left on the table, then the number of remaining white balls is 50.

If one red ball and three white balls are removed together each time until no white balls are left on the table, then the number of remaining red balls is also 50.

Find the total number of red balls and white ball at first.





【译文】

在桌子上有若干个红球和白球。

如果每次拿出一个红球和一个白球，拿到没有红球时，还剩下 50 个白球。

如果每次拿出一个红球和三个白球，拿到没有白球时，还剩下 50 个红球。

请问：最初红球和白球一共有多少个？

【分析与解】

如果每次拿出一个红球和一个白球，拿到没有红球时，还剩下 50 个白球。

如果每次拿出一个红球和三个白球，拿到没有白球时，还剩下 50 个红球，即白球少 $50 \times 3 = 150$ 个。

红球有 $(50 + 150) \div (3 - 1) = 100$ 个；

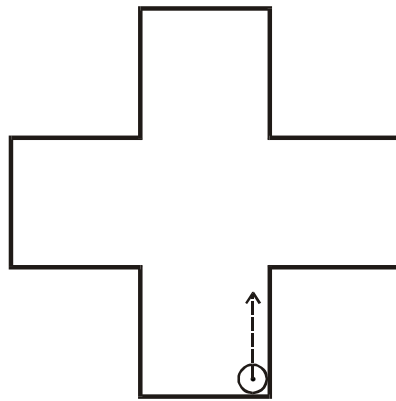
白球有 $100 \times 1 + 50 = 150$ 或 $(100 - 50) \times 3 = 150$ 个；

最初红球和白球一共有 $100 + 150 = 250$ 个。





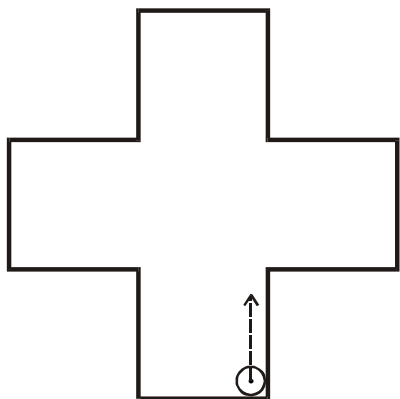
3. Each side of the figure is 10 cm long. A small circular disc of radius 1 cm is placed at one corner as shown. If the disc rolls along the sides of the figure and returns to the starting position, find the distance travelled by the centre of the disc .





【译文】

图形的每条边长10厘米。半径为1厘米的小圆盘放在角上。若圆盘沿着整个图形的边滚动，直到回到开始的位置，求这个圆盘中心所经过的路程长。



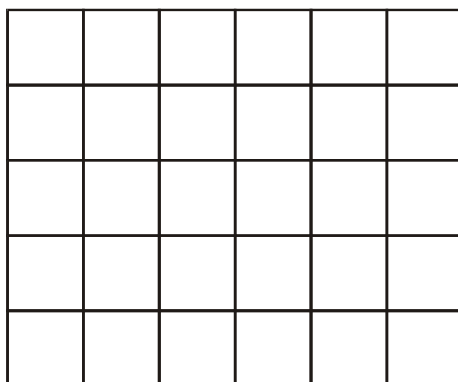
【分析与解】

这个圆盘中心所经过的路程长 $(10-1) \times 8 + (10-1-1) \times 4 + \left(\frac{90}{180} \times \pi \times 1 \right) \times 4 = 104 + 2\pi$ 厘米。





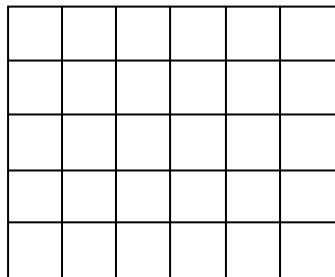
4. Draw two straight lines to divide the figure into four portions whose areas are in the ratio 1 : 2 : 3 : 4.





【译文】

画两条直线把整个图分成面积比为1:2:3:4的四个部分。



【分析与解】

设每个小正方形的边长为1；

整个图形的面积为 $6 \times 5 = 30$ ；

四个部分的面积分别为3，6，9，12；

如图1所示，先把整个图形分成面积相等的两块；

$15 = 3 + 12 = 6 + 9$ ，如图2所示，再分成面积分别为3，6，9，12的四个小长方形；

如图3所示，两条直线把整个图分成面积比为1:2:3:4的四个部分。

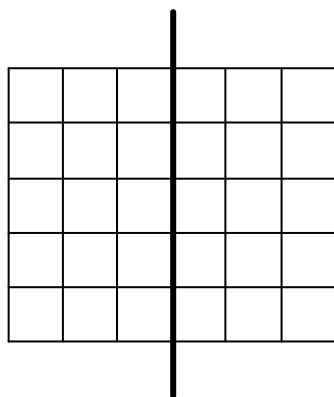


图1

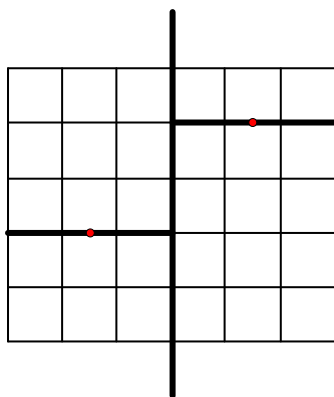


图2

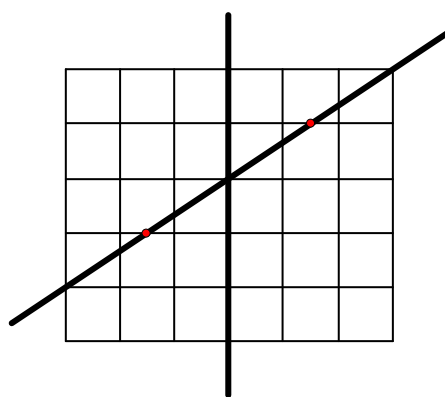
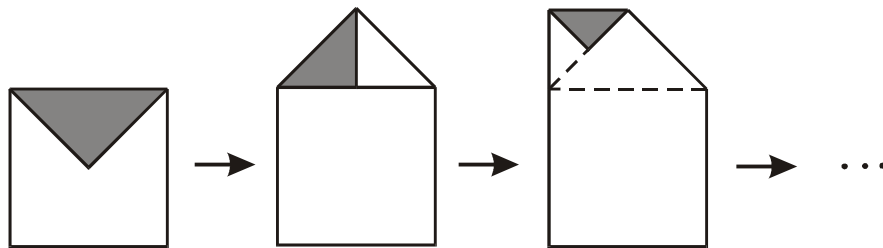


图3





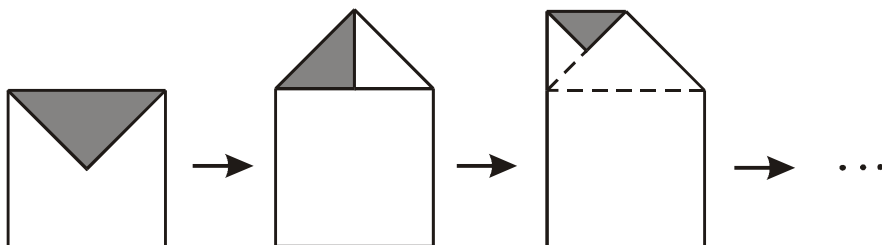
5. The figure shows a shaded triangle attached to the square of side 2 cm. When the shaded triangle is unfolded, there is a smaller shaded triangle attached to it. When the smaller shaded triangle is unfolded, there is an even smaller shaded triangle attached to it as shown. If there are infinitely many shaded triangle unfolded in this manner, find the total area of the figure unfolded.





【译文】

如图所示，一个阴影三角形与一个边长为2厘米的正方形相连。当阴影三角形展开时，有一个较小的阴影三角形与它相连。当较小的阴影三角形展开时，有一个更小的阴影三角形与它相连。按这种方法会得到无数多个阴影三角形，求图形展开后的总面积。



【分析与解】

正方形的面积为 $2^2 = 4$ 平方厘米；

第一个阴影三角形的面积为正方形面积的 $\frac{1}{4}$ ， $4 \times \frac{1}{4} = 1$ 平方厘米；

此后，每个阴影三角形都是前面一个三角形面积的 $\frac{1}{2}$ ；

故阴影三角形的面积之和为 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ ；

设 $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ ①；

① $\times 2$ ，得 $S \times 2 = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ ②；

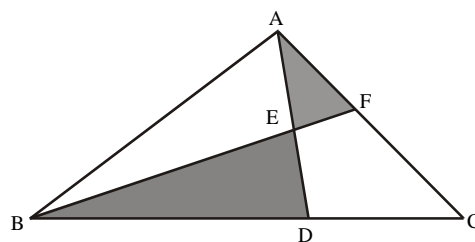
② $-$ ①，得 $S = 2$ ；

图形展开后的总面积为 $4 + 2 = 6$ 平方厘米。





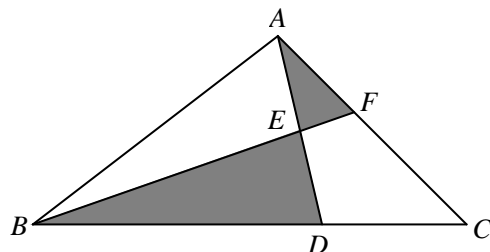
6. In the figure on the right, the area of the $\triangle ABC$ is 5 cm^2 , $AE = ED$ and $BD = 2DC$. Find the total area of the shaded part.



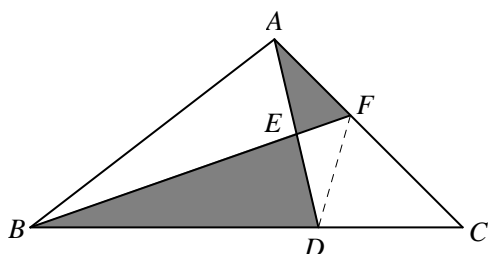


【译文】

如右图所示， $\triangle ABC$ 的面积为5平方厘米， $AE = ED$ ， $BD = 2DC$ 。求阴影部分的总面积。



【分析与解】



联结 DF ；

因为 $AE = ED$ ；所以 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BDE}$ ， $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$ ；

所以 $S_{\triangle BDE} + S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle DEF}$ ，即 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BDF}$ ；

因为 $BD = 2DC$ ，即 $BD = DC = 2:1$ ；所以 $S_{\triangle BDF} : S_{\triangle CDF} = 2:1$ ；

所以 $S_{\text{阴影}} : S_{\triangle ABF} : S_{\triangle BDF} : S_{\triangle CDF} = 2:2:2:1$ ；

所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} \times \frac{2}{5} = 5 \times \frac{2}{5} = 2$ 平方厘米。

感谢帆影点点提供试题资料

井日
新夫

2001 年亚太小学奥林匹克邀请赛

城隍喵

