25届亚太杯上海赛区决赛五年级考题

1、计算 $(27\times0.92\times0.85)\div(23\times1.7\times1.8)=$___。

【分析】原式 $=(0.9\times30\times23\times0.02\times2\times1.7\times0.5)\div(23\times1.7\times0.9\times2)=0.3$

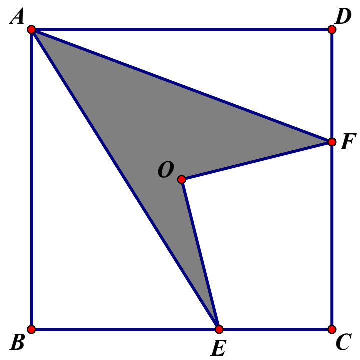
2、十进制中697改写成七进制为 $(2014)_7$， 今天是2014年2月23日，计算：$(2014)_7+(223)_7=$___。（结果用七进制表示）

【分析】原式 $=(2240)_7$

3、7个不同的正整数从小到大排列构成等差数列，已知前三个数的平均数是20，后三个数的平均数是24，那么中间三个数的平均数为___。

【分析】前三个数的平均数为20，说明7个数中的第2个数为20，后三个数的平均数为24，说明7个数中的第6个数为24，所以7个数中的第4个数为 $(20+24)\div2=22$，也即中间三个数的平均数为22。

4、如图，正方形ABCD的边长为10，O为其中心，OE⊥OF，则阴影部分面积为___。



【分析】如下图，作OG⊥BC于G，OH⊥CD于H，由于O为中心，所以G、H分别为BC、CD的中点。

$\because OE\perp OF, OG\perp OH$

$\therefore \angle GOE=\angle HOF$

$\because \angle OGE=\angle OHG=90°$，$OG=OH$

$\therefore \Delta GOE\cong\Delta HOF$

$\therefore S_{OFCE}=S_{OHCG}, GE=FH$

$\therefore EC=DF$

$S_{阴}=S_{ABCD}-S_{\Delta ABE}-S_{\Delta ADF}-S_{OFCE}$

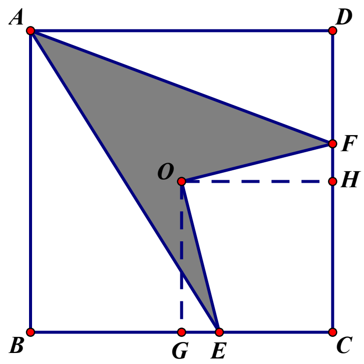
$=100-\frac{1}{2}\times10\times BE-\frac{1}{2}\times10\times DF-S_{OGCH}$

$=100-5\times BE-5\times EC-25$

$=75-5\times(BE+EC)$

$=75-5\times10$

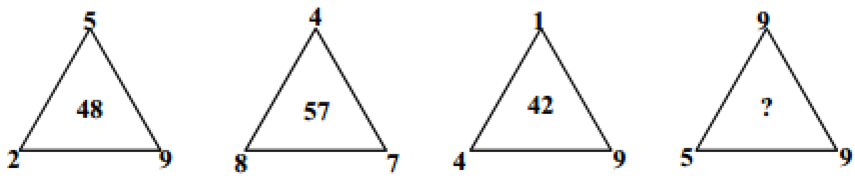
$=25$



5、小红和小亮玩“石头、剪刀、布”的游戏，约定如果赢了就上三级台阶，输了就下两级台阶，他们从第9级台阶开始玩，完了12次后（每次都有输赢），小红在第10级台阶上，则小红共赢了___次。

【分析】若12次小红都获胜，则小红应上36级台阶，事实上小红只上了1级台阶，而将1次获胜换成1次失败，则要下 $3+2=5$ 级台阶所以小红输了 $(36-1)\div(3+2)=7$ 次，所以小红赢了5次。

6、根据范例，请在下图的问号处添入合适的数字，？=___。



【分析】$48=(5+2+9)\times3, 57=(4+8+7)\times3, 42=(1+4+9)\times3$，

所以 $?=(9+5+9)\times3=69$。

7、将分数 $\frac{5}{7}$ 化成小数，则小数点后第1位到第100位的所有数字的和为___。

【分析】$\frac{5}{7}=0.\dot{7}1425\dot{8}$，$100\div6=16\cdots4$，

所以小数点后100位数字和为 $(7+1+4+2+8+5)\times16+7+1+4+2=446$。

8、已知 a,b 是任意自然数，我们规定：$a\oplus b=a+b+1$，$a\otimes b=a\times b-1$，那么 $(5\oplus7)\oplus(2\otimes4)$ 的值是___。

【分析】原式 $=13\oplus7=21$。

9、小明早上七点整以每分钟52米的速度从家出发去学校，当走到学校时，他手表上的时针与分针刚好分布在数字7的两边且与它的距离相等，已知小明走了不到一小时，那么小明家距离学校___米。

【分析】7点时，时针与分针之间的距离为顺时针210°，当时针与分针刚好分布在7的两边且与它的距离相等时，时针与分针恰好共走了210°，所以小明步行的时间为 $210°\div(6°+0.5°)=\frac{420}{13}$ 分钟，小明家距离学校 $\frac{420}{13}\times52=1680$ 米。

10、记号 $[a]$ 表示不超过的最大整数，例如 $\left[\frac{17}{5}\right]=3$，$[0.888\cdots]=0$，

那么$\left[\frac{1}{100}\right]+\left[\frac{2}{100}\right]+\left[\frac{3}{100}\right]+\cdots+\left[\frac{865}{100}\right]=$___。

【分析】$\left[\frac{1}{100}\right]$至$\left[\frac{99}{100}\right]$这99个数的值均为0

$\left[\frac{100}{100}\right]$至$\left[\frac{199}{100}\right]$这100个数的值均为1

$\left[\frac{200}{100}\right]$至$\left[\frac{299}{100}\right]$这100个数的值均为2

$\left[\frac{300}{100}\right]$至$\left[\frac{399}{100}\right]$这100个数的值均为3

$\left[\frac{400}{100}\right]$至$\left[\frac{499}{100}\right]$这100个数的值均为4

$\left[\frac{500}{100}\right]$至$\left[\frac{599}{100}\right]$这100个数的值均为5

$\left[\frac{600}{100}\right]$至$\left[\frac{699}{100}\right]$这100个数的值均为6

$\left[\frac{700}{100}\right]$至$\left[\frac{799}{100}\right]$这100个数的值均为7

$\left[\frac{800}{100}\right]$至$\left[\frac{865}{100}\right]$这66个数的值均为8

所以，原式$=100\times(1+2+3+4+5+6+7)+66\times8=3328$

11、一个末位不是0的四位数，如果前两位能整除2014，前两位乘以后两位能被2014整除，则这个四位数最大是___。

【分析】$2014=2\times19\times53$，2014的最大的两位数约数为53，为使这个四位数最大，则这个四位数的前两位为53

$2014\div53=38$，为使53乘以后两位能被2014整除，则后两位要为38的倍数，38不超过两位数的最大倍数为76,

所以这个四位数最大为5376

12、有一口井，井底有泉水不断涌出，每分钟涌出的水量相等。如果用4台抽水机来抽水，40分钟可以抽完；如果用5台抽水机来抽水，30分钟可以抽完。现在要求24分钟内抽完井水，至少需要抽水机___台。

【分析】设1台抽水机1分钟抽水1份

则每分钟涌出的水量为$(4\times40-5\times30)\div(40-30)=1$份，

原来井中有水$4\times40-1\times40=120$份

要求24分钟抽完，需要抽水机$120\div24+1=6$台。

13、袋中有红球、白球若干个。若每次从袋中取出2个红球和3个白球，当袋中没有白球时，还剩下18个红球；若每次从袋中取出5个红球和3个白球，当袋中没有红球时，白球还剩下18个。那么袋中红球有___个。

【分析】将3个白球视为1组，

每组分2个红球，则红球多18个，

每组分5个红球，则红球少$18\div3\times5=30$个，

所以白球共有$(18+30)\div(5-2)=16$组，

红球有$16\times2+18=50$个。

14、利用“＋、－、×、÷”及添（）计算6、8、8、9，使其结果为24，例如$9\times8-8\times6=24$，请写出另外一种算式___个。

【分析】$(8+8)\times9\div6=24$

15、50名同学面向老师站成一行。老师先让大家从左至右按1、2、…、50依次报数；然后让报数是3的倍数的同学向后转，接着又让报数是7的倍数的同学向后转。那么现在面向老师的同学还有___名。

【分析】3的倍数的同学有$\left[\frac{50}{3}\right]=16$名，7的倍数的同学有$\left[\frac{50}{7}\right]=7$名，

既是3的倍数又是7的倍数的同学有$\left[\frac{50}{3\times7}\right]=2$名

所以有$(16-2)+(7-2)=19$名同学转了1次身，背对老师

其余31名同学或者没有转身，或者转了2次身，面对老师

16、所有不超过100的恰好有三个约数的正整数的乘积是___。

【分析】若一个数恰有三个约数，则这个数一定是某个质数的平方，故不超过100的恰有三个约数的正整数有4、9、25、49，成绩为44100。

17、在数列$\frac{1008}{503},\frac{1010}{502},\frac{1012}{501},\cdots\frac{2010}{2},\frac{2012}{1}$中共有___个整数。

【分析】这个数列的第$n(1\le n\le503)$项为$\frac{1006+2n}{504-n}$，

$$\frac{1006+2n}{504-n}=\frac{2n-1008+2014}{504-n}=-2+\frac{2014}{504-n}$$

若要使$\frac{1006+2n}{504-n}$为整数，只要使为$\frac{2014}{504-n}$整数即可

即$504-n$为2014的约数

而$504-n$为503至1之间的数，

$2014=2\times19\times53$，共有8个约数，其中1007、2014超过503

所以共有6个数符合要求，即原数列中有6个是整数。

18、有一个自然数序列，从第三个开始，每个自然数都是前两个自然数的和；已知第3个自然数是7，且第2014个自然数除以4余1。那么，第一个自然数可能是___。（请写出所有可能）

【分析】考虑这个数列除以4的余数

由于第3个数除以4余3,

一、第1个数除以4余1

则这个数列除以4的余数规律为：（1、2、3、1、0、1）、1、2、……

以1、2、3、1、0、1为周期循环

$2014\div6=335\cdots4$，第2014个数除以4余1

所以第1个数除以4余1符合要求

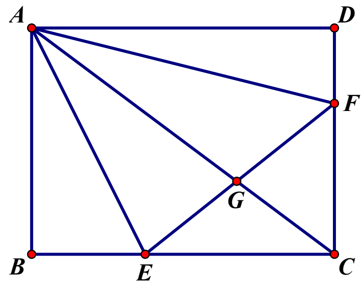
二、第1个数除以4余2

则这个数列除以4的余数规律为：（2、1、3、0、3、3）、2、1、……

以2、1、3、0、3、3为周期循环

$2014\div6=335\cdots4$，第2014个数除以4余0
所以第1个数除以4余2不符合要求
三、第1个数除以4余3
则这个数列除以4的余数规律为：（3、0、3、3、2、1）、3、0、……
以3、0、3、3、2、1为周期循环
$2014\div6=335\cdots4$，第2014个数除以4余3
所以第1个数除以4余3不符合要求
四、第1个数除以4余0
则这个数列除以4的余数规律为：（0、3、3、2、1、3）、0、3、……
以0、3、3、2、1、3为周期循环
$2014\div6=335\cdots4$，第2014个数除以4余2
所以第1个数除以4余0不符合要求
综上，第一个数除以4应余1
而第一个数要小于等于7，所以可能为1、5

19、已知长方形ABCD的面积是48平方厘米，三角形ADF的面积为8平方厘米，三角形ABE的面积为9平方厘米，$AG:GC=$___。



【分析】$DF:DC=S_{\Delta ADF}:S_{\Delta ADC}=8:24=1:3\Rightarrow CF:CD=2:3$

$BE:BC=S_{\Delta ABE}:S_{\Delta ABC}=9:24=3:8\Rightarrow CE:CB=5:8$

$\therefore S_{\Delta CEF}=\frac{CE}{CB}\times\frac{CF}{CD}\times S_{\Delta BCD}=\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}\times24=10$

$S_{\Delta AEF}=S_{ABCD}-S_{\Delta ABE}-S_{\Delta ADF}-S_{\Delta CBF}=48-8-9-10=21$

$\therefore AG:GC=S_{\Delta AEF}:S_{\Delta CBF}=21:10$

20、甲、乙两人分别从A、B两地同时出发，相向而行，相遇后甲每小时多行10千米，乙每小时少行5千米，当甲走到B地时，乙刚好走到A、B两地的中点。若原来乙的速度是甲的速度的$\frac{2}{3}$，那么，原来甲每小时行___千米。

【分析】两人相遇时，路程比为$3:2$，即甲走3份路程，乙走2份路程
当乙走到中点时，乙又走了0.5份路程，此时甲刚好到达B点，又走了2份路程
所以此时两人速度比为$V_{甲}:V_{乙}=2:0.5=4:1$

设原来甲速为x，则原来乙速为$\frac{2}{3}x$

则$(x+10):\left(\frac{2}{3}x-5\right)=4:1\Rightarrow x=18$

21、将12、13、…、20这9个数排成一行，使得每相邻3个数的和都是3的倍数，共有___种排法。

【分析】9个数中恰有3个数模3余0、3个数模3余1、3个数模3余2

由于 $a_1+a_2+a_3\equiv a_2+a_3+a_4(\bmod 3)\Rightarrow a_1\equiv a_4(\bmod 3)$

所以 $a_1\equiv a_4\equiv a_7(\bmod 3)$，$a_2\equiv a_5\equiv a_8(\bmod 3)$，$a_3\equiv a_6\equiv a_9(\bmod 3)$

而 a_1,a_4,a_7，a_2,a_5,a_8，a_3,a_6,a_9 每组的余数可以从0、1、2中任意选取

有 $3\times2\times1=6$ 种选法

每组有 $3\times2\times1=6$ 种排法

所以共有 $6\times6\times6\times6=1296$ 种排法。

22、周长为36的三角形的三条边长均为合数，则这样的三角形有___个。

【分析】最长边应在12到17之间

由于要求三边长均为合数

一、最长边为16

此时，另两边之和为20，可以为（16、4）（14、6）（12、8）（10、10）共有4种

二、最长边为15

此时，另两边之和为21，可以为（15、6）（12、9）共有2种

三、最长边为14

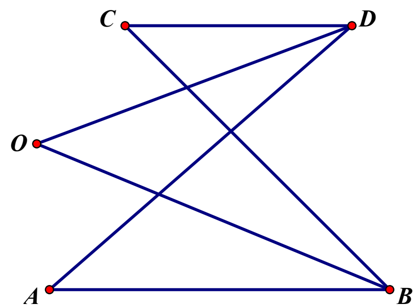
此时，另两边之和为22，可以为（14、8）（12、10）共有2种

四、最长边为12

此时，另两边之和为24，可以为（12、12）共有1种

综上，共有9种。

23、如图，过点D作DO平分∠ADC，过点B作BO平分∠ABC，BO与DO交于点O，已知∠A＝35°，∠O＝42°。则∠C＝___。



【分析】如下图，连接BD

由三角形内角和为180°，有

$\angle CDB+\angle DBC+\angle C=180°\Rightarrow 2\angle ODA+\angle ADB+\angle DBC+\angle C=180°$

$\angle ABD+\angle ADB+\angle A=180°\Rightarrow 2\angle OBC+\angle CBD+\angle ADB+\angle A=180°$

$\angle ODB+\angle OBD+\angle O=180°$

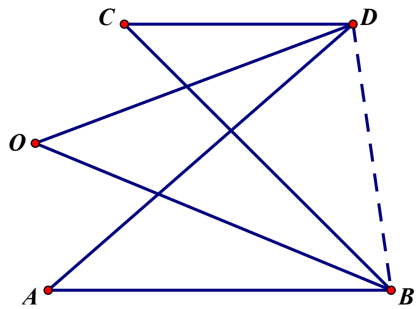
$\Rightarrow 2(\angle ODA+\angle ADB)+2(\angle OBC+\angle CBD)+2\angle O=360°$

所以

$2\angle ODA+\angle ADB+\angle DBC+\angle C+2\angle OBC+\angle CBD+\angle ADB+\angle A$

$=2(\angle ODA+\angle ADB)+2(\angle OBC+\angle CBD)+2\angle O$

所以 $\angle A+\angle C=2\angle O\Rightarrow\angle C=49°$



24、2个红球和11个白球排成一行，满足如下条件：红球不相邻，任意连续7个球中至少有一个红球，则一共有___种排法。

【分析】若两个红球中间有1个白球，剩下10个白球可以分别在左右各放（4、6）（5、5）（6、4）共3种排法

若两个红球中间有2个白球，剩下9个白球可以分别在左右各放（3、6）（4、5）（5、4）（6、3）共4种排法

若两个红球中间有3个白球，剩下8个白球可以分别在左右各放（2、6）（3、5）（4、4）（5、3）（6、2）共5种排法

若两个红球中间有4个白球，剩下7个白球可以分别在左右各放（1、6）（2、5）（3、4）（4、3）（5、2）（6、1）共6种排法

若两个红球中间有5个白球，剩下6个白球可以分别在左右各放（0、6）（1、5）（2、4）（3、3）（4、2）（5、1）（6、0）共7种排法

若两个红球中间有6个白球，剩下5个白球可以分别在左右各放（0、5）（1、4）（2、3）（3、2）（4、1）（5、0）共6种排法

共31种排法

25、将数字0,0,1,1,2,2,4,4排成一行（0可以排在第一个），那么任意四个连续数字都不出现2014的有___种。

【分析】共有 $C_8^2\times C_6^2\times C_4^2\times C_2^2=2520$ 种排法

若其中出现2014，则2014有5种可能的位置

其余数字可任意排列，有 $5\times P_4^4=120$ 种排法

其中20142014在第一个位置和第五个位置均被计算了1次，重复了

所以共有119种排法中出现2014

所以符合要求的排法共 $2520-119=2401$ 种

26、二进制数 $\underbrace{101010\cdots10}_{2014位}$ 化成十进制数后除以7的余数是___。

【分析】由于 $(101010)_2=(42)_{10}$ 能被7整除，所以每6位恰好能被7整除

$2014\div6=335\cdots4$，所以 $(\underbrace{101010\cdots10}_{2014位})_2$ 被7除的余数与 $(1010)_2$ 被7除的余数相同

而 $(1010)_2=(10)_{10}$，余数为3

27、各位数字之和为40且为4的倍数的五位数共有___个。

【分析】五位数数字和最大为99999的数字和45

现在要去掉5，且结果为4的倍数

一、个位为8

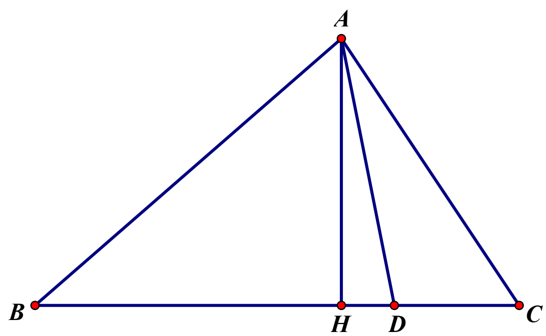
此时，还需要去掉4，由于个位为8，且为4的倍数，所以十位应为偶数

若末两位为88，还要去掉3
若将1个9变为6，有3种变法
若将2个9变为8、7，有6种变法
若将3个9变为8、8、8，有1种变法
共10种
若末两位为68，还要去掉1，有3种去法
故，个位为8的数共有13个
二、个位为6
此时还要去掉2，由于个位为6，且为4的倍数，所以十位应为奇数
若末两位为96，还要去掉2
若将1个9变为7，有3种变法
若将2个9变为8、8，有3种变法
共6种
若末两位为76，则数字和恰好为40，只能为99976这1种
故，个位为6的数共有7个
综上，数字和为40且为4的倍数的五位数共20个

28、将一个棱长为整数厘米的长方体6个面都涂上红色，然后把它全部切成棱长为1厘米的小正方体。在这些小正方体中，恰有1个面涂红色的有24块，恰有2个面涂红色的有28块，原来长方体的体积是___立方厘米。

【分析】设原来长方体的长宽高分别为 a,b,c
由于存在一面染色的小正方体，所以 $a\ge 2,b\ge 2,c\ge 2$
一面染色的数量为 $2\times[(a-2)(b-2)+(b-2)(c-2)+(a-2)(c-2)]=24$
二面染色的数量为 $4\times[(a-2)+(b-2)+(c-2)]=28$
所以 $(a-2)+(b-2)+(c-2)=7$，
$(a-2)(b-2)+(b-2)(c-2)+(a-2)(c-2)=12$
所以，$(a-2),(b-2)\ (c-2$ 应分别为0、3、4
即 $(a,b,c)=(2,5,6)$
所以原来长方体体积为60立方厘米。

29、如图，在△ABC中，AB=13厘米，AC=10厘米，且AH⊥BC。在H与C之间取点D，使∠BAD=60°，∠DAC=2∠HAD。则BH：HC=___。



【分析】如下图，将△BHA沿AB翻折，得△ABE，再将△ABE沿AE翻折，得△AEF
由于 $\angle AEF=\angle AEB=\angle AHB=90^\circ$，所以B、E、F共线
而 $\angle FAH=3\angle BAH$，$\angle CAH=3\angle DAH$，$\angle BAH+\angle DAH=60^\circ$，
所以 $\angle FAH+\angle CAH=180^\circ$
所以F、A、C共线
所以CFB是三角形

设 $S_{\Delta ABH}=13a$

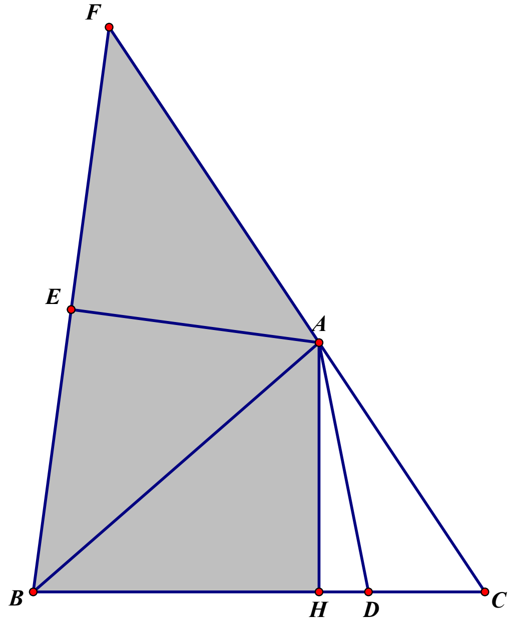
则 $S_{\Delta ABF}=26a$

$\because AF:AC=AB:AC=13:10$

$\therefore S_{\Delta ABC}=20a$

$\therefore S_{\Delta AHC}=7a$

$\therefore BH:HC=S_{\Delta AHB}:S_{\Delta AHC}=13:7$



30、将自然数1到7排成一行，满足：每个数或者大于它前面的所有数，或者小于它前面的所有数，（如：4356271满足条件，从第二位开始，3小于首位的4；5大于前两位的4,3；6大于前三位的4,3,5；2小于前四位的4,3,5,6；7大于前五位的
4,3,5,6,2；1小于前六位的4,3,5,6,2,7），则满足条件的排列方法中，7不排在第四个位置的排法共有___种。

【分析】先考虑第7个数字，若这个数小于前面所有数，则这个数为1，若这个数大于前面所有数，则这个数为7，有2种选择

再考虑第6个数字，若这个数小于前面所有数，则这个数应为此时最小的数，若这个数大于前面所有数，则这个应为此时最大的数，有2种选择

以此类推，第5、4、3、2个数均有2种选择

第1个数只有1种选择

所以共有 $2^6=64$ 种排法

考虑其中7排在第4位的情况

由于7排在第4位

所以第7个数字只能小于前面所有数，所以第7个数为1

同理，第6个数字也只能小于前面所有数，所以第6个数为2；第5个数字也只能小于前面所有数，所以第5个数为3

接下来第3、2个数字可以自由选择，各有2种选择

所以7排在第4位的情况有 $2^2=4$ 种

所以7不排在第4位的排法有60种。