

行程问题

【真题再现】

(第11届“小机灵杯”初赛)有一个圆形跑道,甲用40秒跑完一圈,乙跑的方向不甲相反,每15秒遇到甲一次。乙跑完一圈需要____秒。

(第10届“小机灵杯”初赛)甲、乙两人同时从A、B两地出发,甲每分钟行80米,乙每分钟行60米,两人在途中的C点相遇。如果甲晚出发7分钟,两人将在途中的D点相遇,且A、B的中点距C、D距离相等。A、B两地相距_____米。

(第9届“小机灵杯”初赛)早晨,小王骑车从甲地出发去乙地。中午12点,小李开车也从甲地出发前往乙地。下午1点30分时两人之间的距离是18千米,下午2点30分时两人之间的距离又是18千米。下午4点时小李到达乙地,晚上6点时小王到达乙地。小王是早晨()点出发的。

【例题突破】

【例1】A、B两地相距2400米,甲从A地、乙从B地同时出发,在A、B两地间往返锻炼。甲每分钟跑300米,乙每分钟跑240米。在30分钟后停止运动,甲、乙两人第几次相遇时距A地最近?最近距离是多少?

【例2】甲乙二人从A、B两地同时出发相向而行,甲每分钟行80米,乙每分钟行60米。出发一段时间后,二人在距离中点120米处相遇。如果甲出发后在途中某地停留了一会儿,二人还将在距中点120米处相遇。问:甲在途中停留了多少分钟?

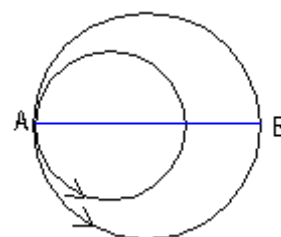
【例3】一条小河流过A、B、C三镇,A、B两镇之间有汽船来往,汽船在静水中的速度为每小时11千米。B、C两镇之间有木船摆渡,木船在静水中的速度为每小时3.5千米。已知A、C两镇水路相距50千米,水流速度为每小时1.5千米。某人从A镇上船顺流而下到B镇,吃午饭用去1小时,接着乘木船又顺流下到C镇,共用8小时。那么A、B两镇

间的距离是多少？

【习题演练】

【练习 1】 甲班与乙班学生同时从学校出发去某公园，甲班步行的速度是每小时 4 千米，乙班步行的速度是每小时 3 千米。学校有一辆汽车，它的速度是每小时 48 千米，这辆汽车恰好能坐一个班的学生，为了使两班学生在最短时间内到达公园，那么甲班学生与乙班学生需要步行的距离之比是多少？

【练习 2】 下图中有两个圆只有一个公共点 A，大圆直径 48 厘米，小圆直径 30 厘米。两只甲虫同时从 A 点出发，按箭头所指的方向以相同速度分别沿两个圆爬行。问：当小圆上甲虫爬了几圈时，两只甲虫首次相距最远？



【练习 3】 A、B、C、O 四个小镇之间的道路分布如图所示，其中 A、O 两镇相距 20 千米，B、O 两镇相距 30 千米。某天甲、乙二人同时从 B 出发，甲到达 O 镇后再向 A 镇走，到达 A 镇后又立刻返回，而乙到达 O 镇后直接向 C 行进。丙从 C 镇与甲、乙两人同时出发，在距离 O 镇 15 千米处与乙相遇。当丙到达 O 镇后又向 A 镇前行，在与 O 镇相距 6 千米的地方与甲相遇。已知甲、乙的速度比为 8 : 9，求 O、C 两镇之间的距离。

【答案解析】

【真题再现】

(第11届“小机灵杯”初赛)【解析】：假设圆周跑道的周长为1,则甲乙两人速度和 $1 \div 15 = \frac{1}{15}$, 甲的速度 $1 \div 40 = \frac{1}{40}$, 那么乙的速度 $\frac{1}{15} - \frac{1}{40} = \frac{1}{24}$, 乙的时间 $1 \div \frac{1}{24} = 24$ 秒。

(第10届“小机灵杯”初赛)【解析】：碰到这样已知速度的相遇问题,一般是用比例知识点来解题。 $V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=80:40=4:3$, 同时出发到相遇,所用时间一样,所以 $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=80:40=4:3$, 假设这种情况下甲走了4份,乙走了3份,那么全程就是7份; 如果我们能算出一段长度,那么全程就可以算出来了。我们依旧可以利用比例知识来做。甲晚7分钟出发走了3份,我们可以算出在这个相同时间里乙走的份数。

$S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=4:3$, $S_{\text{甲}}=3$, $3:S_{\text{乙}}=4:3$, $S_{\text{乙}}=2.25$, 乙前7分钟所走的路程为 $4-2.25=1.75$

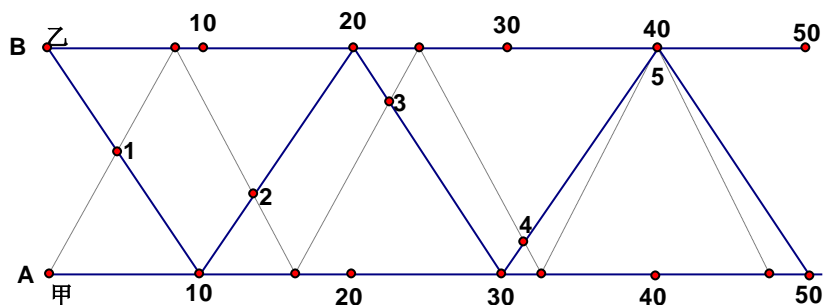
一段对应的长度: $60 \times 7 \div 1.75 = 240$ (m)

全程: $240 \times 7 = 1680$ (m)

(第9届“小机灵杯”初赛)【解析】下午1点30分时两人之间的距离是18千米,下午2点30分时两人之间的距离又是18千米,所以两人的速度差是每小时36千米,且下午2点时小李追上小王。又下午4点时小李到达乙地,晚上6点时小王到达乙地,让小李也行驶到6点,那么两人的路程差是 $(6-2) \times 36 = 144$ 千米,所以小李速度为 $144 \div (6-4) = 72$ 千米/时,小王速度为 $72-36=36$ 千米/时,全程长 $72 \times 4 = 288$ 千米,小王共用时 $288 \div 36 = 8$ 小时,他是上午10点出发的。

【例题突破】

【例1】【解析】



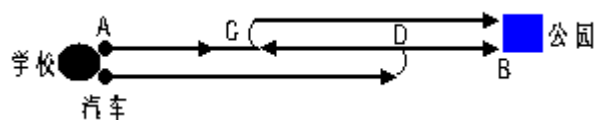
利用折线图来讲解甲走一个全程需要 $2400 \div 300 = 8$ (分钟), 乙走一个全程需要 $2400 \div 240 = 10$ (分钟), 通过画图如上知道第二次相遇离 A 点最近, 此时甲乙共走了 3 个全程, 乙走的路程为: $2400 \times 3 \div (300 + 240) \times 240 = 3200$ (米), 由图可知乙走了一个全程多距 A 的距离, 所以距离 A 地为: $3200 - 2400 = 800$ (米)。

【例 2】【解析】 第一次, 甲比乙多走的路程 $S_{\text{差}} = 120 \times 2 = 240$ 米, 根据公式 $S_{\text{差}} = (v_1 - v_2) \times t$, 可知两人的相遇时间为 $240 \div (80 - 60) = 12$ min, 两地相距 $(80 + 60) \times 12 = 1680$ 米; 两次相遇地点关于中点对称, 则可知, 乙第二次比第一次多走的路程也是 $S_{\text{差}} = 120 \times 2 = 240$ 米, 所以乙比第一次多用了 $240 \div 60 = 4$ 分钟; 甲第二次比第一次少走的路程也是 240 米, 甲比第一次少用了 $240 \div 80 = 3$ 分钟, 所以甲在途中停留了 $4 + 3 = 7$ 分钟。

【例 3】【解析】 船在水中共行驶了 $8 - 1 = 7$ 小时, 第一段中船速为 $11 + 1.5 = 12.5$ 千米/时, 第二段中的速度为 $3.5 + 1.5 = 5$ 千米/时, 若两段水路上一一直以 5 千米/时行驶, 7 小时共行驶 $5 \times 7 = 35$ 千米, 少行驶 $50 - 35 = 15$ 千米, 说明在第一段上用了 $15 \div (12.5 - 5) = 2$ 小时, 则 A、B 两镇间相距 $12.5 \times 2 = 25$ 千米。

【习题演练】

【练习 1】【解析】



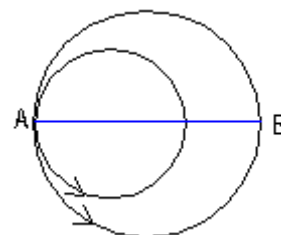
分析：甲班步行走了 AC，汽车载着乙班从 A 班出发；当汽车到达 D 时，放下乙班步行，返回到 C 与甲班相遇。最后，汽车载着甲班与步行的乙班同时到达 B。

在汽车与甲班在 C 相遇之间，甲班走了 AC，汽车走了 AD + DC。由于在这一过程中，车和甲班始终在走，所以路程比等于速度比，即 $(AC + 2CD) : AC = 48 : 4 = 12 : 1$ ，

因此， $2CD : DB = 15 : 1$ ， $CD : DB = 15 : 2$ 。

由此， $AC : DB = \frac{2}{11} \times \frac{15}{2} = 15 : 11$ 。

【练习 2】【解析】 我们知道，大小圆只有一个公共点(内切)，而在圆上最远的两点为直径两端，所以当一只甲虫在 A 点，另一只在过 A 的直径另一端点 B，所以在小圆甲虫跑了 n 圈，在大圆甲虫跑了 $m + \frac{1}{2}$ 圈；



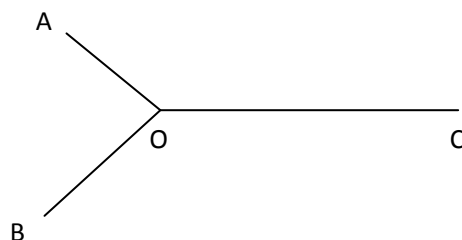
于是小圆甲虫跑了 $30n$ ，大圆甲虫跑了 $48(m + \frac{1}{2}) = 48m + 24$

因为速度相同，所以相同时内路程相同，起点相同，所以 $30n = 48m + 24$ ；

即 $5n = 8m + 4$ ，有不定方程知识，解出有 $n = 4$ ， $m = 2$ ，

所以小甲虫跑了 2 圈后，大小甲虫相距最远。

【练习 3】【解析】



当乙和丙相遇时，乙已经走了 $30 + 15 = 45$ 千米。由于甲乙两人的速度比是 $8 : 9$ ，因此这时甲已经走了 $45 \times 8 \div 9 = 40$ 千米。

当甲和丙相遇时，甲已经走了 $30 + 20 \times 2 - 6 = 64$ (千米)，因此两次相遇之间的时间是全部时间的 $(64 - 40) \div 64 = \frac{3}{8}$ 。

而丙在两次相遇之间走的路程是 $15+6=21$ (千米), 说明在与甲相遇前他一共走了 $21 \div \frac{3}{8}$

$=56$ 千米, 所以 OC 之间的距离是 $56-6=50$ 千米。