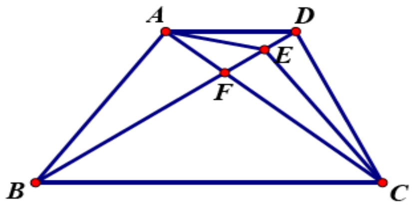
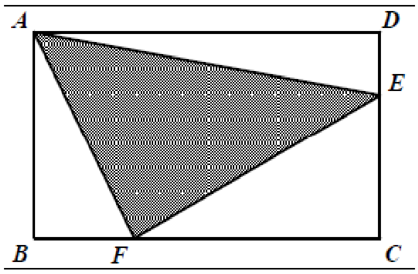
几何模型

【真题再现】

（第11届“小机灵杯”初赛）如图所示,ABCD是梯形，三角形ADE的面积是1,三角形ABF的面积是9,三角形 BCF的面积是27。那么, 三角形ACE的面积是______。

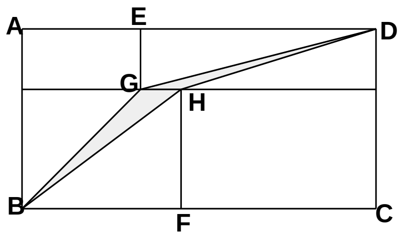


（第10届“小机灵杯”初赛）如右图，长方形ABCD 面积是40平方厘米。三角形ADE 的面积是3.5平方厘米，三角形ABF 的面积是6平方厘米，那么阴影部分的面积为_______平方厘米。

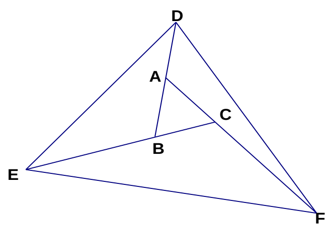


【例题突破】

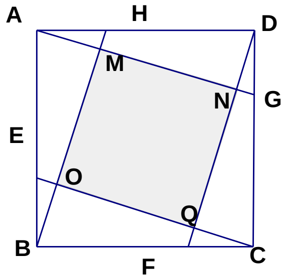
【例 1】如图，有四个长方形的面积分别是 1 平方厘米、2 平方厘米、3 平方厘米和 4 平方厘米，组合成一个大的长方形，求图中阴影部分的面积。



【例 2】如下左图.将三角形 ABC 的 BA 边延长 1 倍到 D，CB 边延长 2 倍到 E，AC 边延长 3 倍到 F.如果三角形 ABC 的面积等于 l，那么三角形 DEF 的面积是_____.

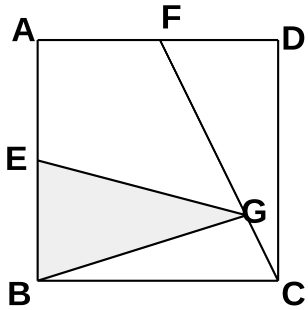


【例 3】若 E、F、G、H　分别是四边的三等分点(如图)，那么所得的小正方形的面积占大正方形面积的_____分之______。

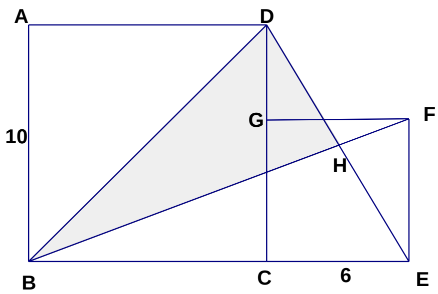


【习题演练】

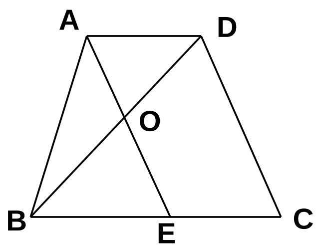
【练习 1】设正方形的面积为 1．右图中 E、F 分别为 AB、AD 的中点．GC= $\frac{1}{3}FC$ ，则阴影部分的面积为____．



【练习 2】如图，已知正方形 ABCD 的边长为 10 厘米，正方形 CEFG 的边长为 6 厘米，阴影部分的面积是________。



【练习 3】如图，BD 是梯形 ABCD 的一条对角线，线段 AE 与梯形的一条腰 DC 平行，AE 与 BD 相交于 O 点.已知三角形 BOE 的面积比三角形 AOD 的面积大 4 平方米，并且 EC= $\frac{2}{5}$ BC.求梯形 ABCD 的面积.

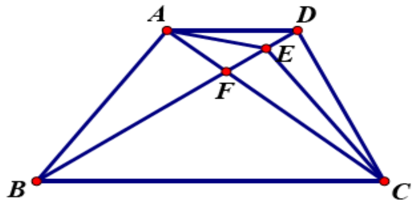


答案分析

【真题再现】

（第 11 届“小机灵杯”初赛）

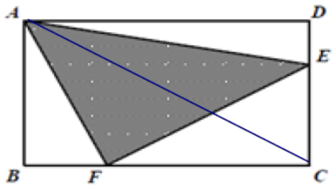
$\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta BCF}}=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$，由蝴蝶模型得到$\frac{AD}{BC}=\frac{DF}{BF}=\frac{AF}{CF}=\frac{1}{3}$



所以 $S_{\Delta ADF}=9\div3=3$，那么 $S_{\Delta AEF}=S_{\Delta ADF}-S_{\Delta ADE}=3-1=2$

则$S_{\Delta AEC}=4\times S_{\Delta AEF}=8$

（第10届“小机灵杯”初赛）



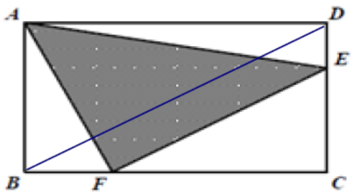
连接AC，$S_{\Delta ABC}=40\div2=20(cm)$

ΔABF 与 ΔABC 是等高的（共AB 这个高）

$S_{\Delta ABF}:S_{\Delta ABF}=6:20=3:10=BF:BC,CF:BC=7:10$

同理：

$S_{\Delta ADE}:S_{\Delta ACF}=3.5:20=7:40=DE:BC,CE:BC=33:40$



连接BD，　ΔCEF 是 ΔBCD 的鸟头三角形

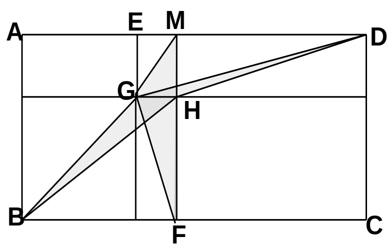
运用鸟头定理：

$\frac{S_{\Delta CEF}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{CF}{BC}\times\frac{CE}{CD},\frac{S_{\Delta CEF}}{20}=\frac{7}{10}\times\frac{33}{40},S_{\Delta CEF}=11.55(cm^2)$

$S_{\Delta AEF}=S_{\Delta ABCD}-S_{\Delta ADF}-S_{\Delta ABF}-S_{\Delta CEF}=40-3.5-6-11.55=18.95(cm^2)$

【例题突破】

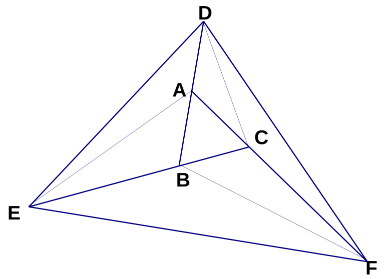
【例 1】【分析】如图，阴影部分的面积可以“等积变形”为下图中的深色三角形的面积。



已知等宽的长方形面积之比就是相对的底边之比，所以，设大长方形的长为 a 厘米，宽为 b 厘米，则有：面积 3 的长方形与面积为 2 的长方形的公共边的长为 $\frac{3}{3+4}a-\frac{1}{1+2}a=\frac{2}{21}a$

所以，阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{21}a\times b=\frac{1}{2}\times\frac{2}{21}\times10=\frac{10}{21}$（平方厘米）。

【例 2】【分析】连结 AE、BF、CD(如上右图).由于三角形 AEB 与三角 ABC 的高相等，而底边 EB=2BC，所以三角形 AEB 的面积是 2.同理，三角形 CBF 的面积是 3，三角形 ACD 的面积是 1.类似地



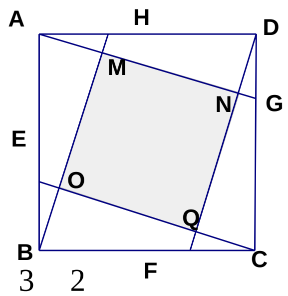
三角形 AED 的面积=三角形 AEB 的面积=2.

三角形 BEF 的面积=2×(三角形 CBF 的面积)=6.

三角形 CFD 的面积=3×(三角形 ACD 的面积)=3.

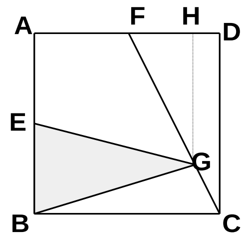
于是三角形 DEF 的面积等于三角形 ABC、AEB、CBF、ACD、AED、BEF、CFD 的面积之和，即 1+2+3+1+2+6+3=18。

【例 3】【分析】四个三角形 ABH 之和=4×$\frac{1}{6}$×正方形 ABCD=$\frac{2}{3}$正方形 ABCD，因为 OE：CQ：OQ=1：3：6 又可以计算出，三角形 OBE 的面积=$\frac{1}{10}\times\frac{1}{6}$×正方形 ABCD=$\frac{1}{60}$正方形 ABCD，所以空白部分的面积为 $\frac{2}{3}-\frac{1}{60}\times4=\frac{3}{5}$（正方形 ABCD 的面积），所以阴影部分的面积为 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$。

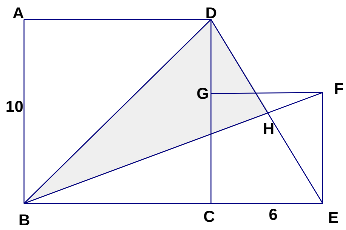


【习题演练】

【练习 1】【分析】如下图所示，由 GC=$\frac{1}{3}FC$，推知 HD=$\frac{1}{3}\mathrm{FD}=\frac{1}{6}\mathrm{AD}$，所以所求面积为 EB×AH÷2=$\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\times1\div2=\frac{5}{24}$。

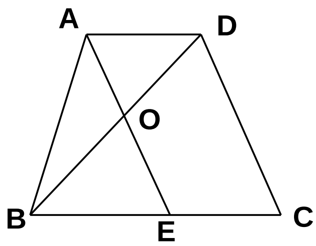


【练习 2】【分析】首先计算 $\frac{KF}{DK}=\frac{S_{BFE}}{S_{BDE}}=\frac{50}{48}=\frac{25}{24}$



$\frac{S_{BDK}}{S_{BDF}}=\frac{25}{49}$，$S_{BDK}=\frac{25}{49}S_{BDF}=\frac{2000}{49}$ （平方厘米）

【练习 3】【分析】三角形 ABE 的面积比三角形 ABD 大 4 平方米，而三角形 ABD 与三角形 ACD 面积相等(同底等高)，因此也与三角形 ACE 面积相等，从而三角形 ABE 的面积比三角形 ACE 大 4 平方米。



但 EC=$\frac{2}{5}$ BC，所以三角形 ACE 的面积是三角形 ABE 的 $\frac{2}{5-2}=\frac{2}{3}$，从而三角形 ABE 的面积是 4÷(1 - $\frac{2}{3}$)=12(平方米)，梯形 ABCD 的面积=12×(1+$\frac{2}{3}$×2)=28(平方米)。