

分数、百分数应用题（一）

分数应用题是小学数学的重要内容，较复杂的分数应用题也是小学数学竞赛中经常出现的一类问题，同时在我们的现实生活及生产实际中经常会遇到与分数有关的问题，因此学好这部分知识很重要。怎样提高解答这类题的能力呢？

1. 要正确理解掌握分数乘、除法的意义。

如 $32 \times \frac{2}{3}$ 不再表示求几个相同加数和的简便运算了，而表示求 32 的 $\frac{2}{3}$ 是多少，这是乘法意义的扩展，比较抽象。

2. 要学会一些特殊的思考问题的方法。

如“对应法”，“转化法”，“假设法”，“逆推法”，“图解法”等。

这些方法的掌握有利于提高解答分数应用题能力。

3. 要学会用线段图表示题中数量关系。

使隐蔽条件，抽象问题明朗化，从而找出解题途径。这部分内容安排两讲。第一讲重点研究如何运用“对应法”和“转化法”解决分数应用题。

一. 思路指导：

例 1. 某区举行小学生春季运动会，其中某校参加的人数占运动员总人数的 $\frac{1}{15}$ ，若这个学校再去 10 名运动员，则该校人数占运动员总人数的 $\frac{2}{23}$ ，这次运动会共有运动员多少人？

这个学校原来有多少人参加运动会？

分析与解：本题的解题思路是找出“不变量”，根据不变量写出等量关系，列方程解。或抓住不变量用转化法统一单位“1”使问题得以解决。

方法 1：用方程解

解：设这次运动会有运动员 x 人，可得

$$x \times (1 - \frac{1}{15}) = (x + 10) \times (1 - \frac{2}{23})$$

$$\frac{14}{15}x = \frac{21}{23}x + \frac{210}{23}$$

$$\frac{14}{15}x - \frac{21}{23}x = \frac{210}{23}$$

$$\frac{7}{15 \times 23} x = \frac{\overset{30}{\cancel{210}}}{\underset{1}{\cancel{23}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{15 \times 23}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}$$

$$x = 450$$

$$450 \times \frac{1}{15} = 30(\text{人})$$

方法 2: 用算术方法解

$$\text{因为 } \underline{\text{现有总人数}} \times (1 - \frac{2}{23}) = \underline{\text{原有总人数}} \times (1 - \frac{1}{15})$$

$$\text{所以 现在总人数} = \text{原来总人数} \times \frac{14}{15} \div \frac{21}{23} = \frac{46}{45}$$

抓住不变量, 根据除法意义统一单位“1”。

这样可以看出原来运动员人数为“1”, 现在是原来的 $\frac{46}{45}$, 于是找到 10 人对应率。

综合式:

$$\begin{aligned} & 10 \div [(1 - \frac{1}{15}) \div (1 - \frac{2}{23}) - 1] \\ &= 10 \div [\frac{46}{45} - 1] \\ &= 10 \div \frac{1}{45} \\ &= 450(\text{人}) \end{aligned}$$

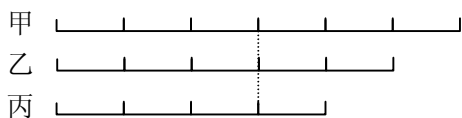
$$450 \times \frac{1}{15} = 30(\text{人})$$

答: 原有运动员 450 人, 学校有运动员 30 人。

例 2. 甲、乙、丙三人合作生产一批机器零件, 甲生产的零件数量的一半与乙生产的零件的 $\frac{3}{5}$ 相等, 又等于丙生产零件数量的四分之三, 已知乙比丙多生产 50 个零件, 求这批零件共有多少个。

分析与解:

方法 1: 用图示法分析解题 (以甲为 “1”)



从直观图可以明显看出乙相当甲的 $\frac{5}{6}$, 丙相当甲的 $\frac{4}{6}$ 。

$$50 \div \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{6} \right) = 300 (\text{个}) \text{ —— 甲}$$

$$300 \times \frac{5}{6} = 250 (\text{个}) \text{ —— 乙}$$

$$300 \times \frac{4}{6} = 200 (\text{个}) \text{ —— 丙}$$

$$300 + 250 + 200 = 750 (\text{个})$$

方法 2: 用转化法统一单位 “1”。

根据已知条件和分数乘、除法的意义可得。

因为甲生产零件数的 $\frac{1}{2}$ 与乙生产零件数的 $\frac{3}{5}$ 相等

$$\text{所以 } \underline{\text{乙}} \times \frac{3}{5} = \underline{\text{甲}} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{乙} = \text{甲} \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$$

$$\text{乙} = \text{甲} \times \frac{5}{6} (\text{表示乙是甲的 } \frac{5}{6})$$

又因为甲生产零件数的 $\frac{1}{2}$ 又等于丙生产零件数的 $\frac{3}{4}$

$$\text{所以 } \underline{\text{丙}} \times \frac{3}{4} = \underline{\text{甲}} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{丙} = \text{甲} \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$$

$$\text{丙} = \text{甲} \times \frac{4}{6}$$

根据“量率”对应关系列式为

$$50 \div \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{6} \right) = 300(\text{个}) \quad \text{甲}$$

$$300 \times \frac{5}{6} = 250(\text{个}) \quad \text{乙}$$

$$300 \times \frac{4}{6} = 200(\text{个}) \quad \text{丙}$$

$$300 + 250 + 200 = 750(\text{个})$$

答：这批零件共有 750 个。

例 3. 某商店同时卖出两件商品，每件各得 60 元，但其中一件赚 20%，另一件亏本 20%，这个商店卖出这两件商品是赚钱还是亏本？

分析与解：解决这个问题的关键是正确确定单位“1”，找出对应关系。

可以这样想，赚了 20%，亏本 20% 是和谁比较呢？是与原价比较，因此原价是单位“1”，赚了 20% 就是说原价的 $(1 + 20\%)$ 是 60 元，求原价，用除法。

$$60 \div (1 + 20\%) = 50(\text{元})$$

同理亏本 20% 就是说原价的 $(1 - 20\%)$ 是 60 元，求原价，用除法。

$$60 \div (1 - 20\%) = 75(\text{元})$$

所以这个题综合列式为

$$\begin{aligned} & [60 \div (1 + 20\%) + 60 \div (1 - 20\%)] - 60 \times 2 \\ &= [50 + 75] - 120 \\ &= 125 - 120 \\ &= 5(\text{元}) \end{aligned}$$

答：这两件商品亏了 5 元。

例 4. 有甲、乙二人，已知甲的体重的 $\frac{2}{5}$ 与乙的体重的 $\frac{2}{3}$ 相等，甲的体重的 $\frac{3}{7}$ 比乙的体重的 $\frac{3}{4}$ 少 1.5 千克，求甲乙二人体重。

分析与解：已知甲的体重的 $\frac{2}{5}$ 与乙的体重的 $\frac{2}{3}$ 相等，单位“1”不同，首先是统一单位“1”，然后根据题意找出对应关系，即可解决问题。

列式：

$$\begin{aligned} & 15 \div \left[\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{3}{7} \right] \\ &= 15 \div \left[\frac{9}{20} - \frac{3}{7} \right] \\ &= 70(\text{千克}) \end{aligned}$$

$$70 \times \frac{2}{5} \div \frac{2}{3} = 42(\text{千克})$$

答：甲体重 70 千克，乙体重 42 千克。

[答题时间：40 分钟]

二. 尝试体验，合作交流（答案在下次）

1. 果品店运来的苹果比香蕉多 500 千克，运来的苹果的 $\frac{2}{5}$ 与运来香蕉的 $\frac{1}{2}$ 同样多，这个水果店运来苹果和香蕉各多少千克？

2. 果品店运来两种水果，已知苹果重量的 $\frac{1}{2}$ 等于梨的重量的 $\frac{2}{3}$ ，苹果重量的 $\frac{3}{4}$ 比梨重量的 $\frac{5}{6}$ 多 750 千克，运来苹果和梨各多少千克？

3. 某工厂甲车间的人数是乙车间的 $\frac{2}{3}$ ，如果从乙车间调 8 人到甲车间，则甲车间人数是乙车间的 $\frac{4}{5}$ ，乙车间原有多少人？

三. 巩固发展，独立完成：

1. 三个车间共同生产一批零件，第一车间生产 600 个，第二车间生产的是余下的 20%，第三车间正好是这批零件的一半，第二、三车间共生产多少个？

2. 五年级三个班的人数相等，一班男生人数和二班女生人数相等，三班男生人数是全部男生人数的 $\frac{2}{5}$ ，全部女生人数占全年级人数的几分之几？

