

分数、百分数应用题（二）

同学们好！上周我们重点研究了如何运用“对应法”和“转化法”解答分数、百分数应用题，并且留了5个题让同学们完成，同学们完成的怎么样呢？第二部分合作交流是杨迪和韩军同学完成的，请你帮他们检查一下，是否全对？为什么？

1. 综合列式解： $500 \div (1 - \frac{2}{5} \div \frac{1}{2}) = 2500$ (千克) —— 苹果

$$2500 \times \frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = 2000$$
(千克) —— 香蕉

2. 综合列式解： $750 \div (\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}) = 6000$ (千克) —— 苹果

$$6000 \times \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = 4500$$
(千克) —— 梨

3. 此题转化为部分量占总量的几分之几为好。

先求总人数 $8 \div (\frac{4}{4+5} - \frac{2}{2+3}) = 180$ (人)

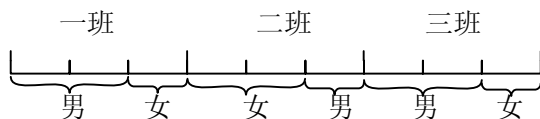
再求乙车间人数 $180 \div (1 + \frac{2}{3}) = 108$ (人)

第三部分巩固发展，独立完成：

1. 思路：先把余下的转化为相当总数的几分之几，再找对应关系。

列式： $600 \div [1 - \frac{1}{2} \div (1 - 20\%)] - 600 = 1000$ (个)

2. 思路：把每班人数可等分三份，每份就是全年级总数的 $\frac{1}{9}$ ，如图，所以女生占全年级人数的 $\frac{4}{9}$ （均转化为占总数几分之几）。



这一讲重点研究如何运用“假设法”和“逆推法”思考解答分数应用题。

一. 思路指导

例 1. 有一位农妇有鸡和鸭共 92 只，当卖掉鸡的 $\frac{1}{4}$ 和 8 只鸭后，剩下的鸡和鸭的只数正好相等，农妇原有鸡和鸭各多少只？

分析与解：根据题目特点，可用假设法思考，可以这样想，假设 8 只鸭不卖，只卖掉鸡的 $\frac{1}{4}$ 后，剩下的鸡和鸭的只数相等，于是可知鸭相当鸡的 $(1 - \frac{1}{4})$ ，鸡为“1”，找到这个关系后，再和实际条件相联系，问题得以解决。

$$\begin{aligned}\text{列式：} & (92 - 8) \div (1 + 1 - \frac{1}{4}) \\ & = 84 \div 1\frac{3}{4} \\ & = 48(\text{只})\end{aligned}$$

$$92 - 48 = 44(\text{只})$$

答：农妇原来有鸡 48 只，有鸭 44 只。

例 2. 某人从东站到西站，去时每小时行 15 千米，返回时每小时行 10 千米，求往返的平均速度。

分析与解：要求平均速度，必须知道路程和时间，根据题目特点可假设路程为任意一个具体数量，于是问题得以解决。

可以 15 和 10 的最小公倍数 30 为东城到西站的距离，这样设较简便。然后根据数量关系求出平均速度。

$$\begin{aligned}\text{列式：} & (30 + 30) \div (30 \div 15 + 30 \div 10) \\ & = 60 \div 5 \\ & = 12(\text{千米})\end{aligned}$$

答：往返平均速度为 12 千米。

例 3. 京新小学六年级有两个班共有学生 90 人，期末两个班共选出三好学生 14 人，其中从甲班选出 $\frac{1}{6}$ ，从乙班选出 $\frac{1}{7}$ ，两班各有学生多少人？

分析与解：此题可以从多角度思考解答。

方法 1: 假设从两个班都选出 $\frac{1}{6}$, $90 \times \frac{1}{6} = 15$ (人), 比实际 14 人多 1 人, 这是因为把 $\frac{1}{7}$ 看作 $\frac{1}{6}$, 多出 $(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}) = \frac{1}{42}$, 就是 1 人对应率, 找到这个关系即可解决此问题。

$$\begin{aligned}\text{列式: } & (90 \times \frac{1}{6} - 14) \div (\frac{1}{6} - \frac{1}{7}) \\ & = 1 \div \frac{1}{42} \\ & = 42(\text{人}) \text{—————乙班人数}\end{aligned}$$

$$90 - 42 = 48 \text{ (人) —————甲班人数}$$

方法 2: 假设甲班选出 $\frac{6}{6}$ (全班人数)

$$\text{乙班应为 } \frac{1}{7} \times 6 = \frac{6}{7}$$

三好生人数应同时扩大 6 倍即 $14 \times 6 = 84$ (人)

$$\text{列式 } (90 - 14 \times 6) \div (1 - \frac{1}{7} \times 6)$$

$$\begin{aligned}& = 6 \div \frac{1}{7} \\ & = 42(\text{人}) \text{—————乙班人数}\end{aligned}$$

$$90 - 42 = 48 \text{ (人) —————甲班人数}$$

方法 3: 此类题用方程解比较好

解: 设甲班有 x 人, 则乙班有 $(90 - x)$ 人

$$\text{则 } \frac{1}{6}x + \frac{1}{7}(90 - x) = 14$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{90}{7} - \frac{1}{7}x = 14$$

$$\frac{1}{6}x - \frac{1}{7}x = 14 - 12\frac{6}{7}$$

$$\frac{1}{42}x = 1\frac{1}{7}$$

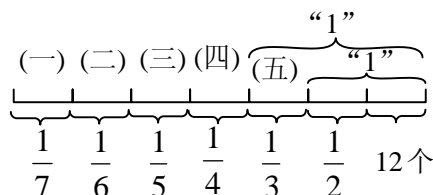
$$x = 48 \text{—————甲班人数}$$

$$90 - x = 90 - 48 = 42 \text{—————乙班人数}$$

自己试一试还可以怎样做

例 4.1 只猴子摘了一堆桃子，第一天吃了这堆桃子的 $\frac{1}{7}$ ，第二天吃了余下的桃子的 $\frac{1}{6}$ ，第三天吃了余下桃子的 $\frac{1}{5}$ ，第四天吃了余下的 $\frac{1}{4}$ ，第五天吃了余下的 $\frac{1}{3}$ ，第六天吃了余下的 $\frac{1}{2}$ ，这时还剩下 12 个桃子，那么第一天和第二天所吃桃子的总数是多少？

分析与解：根据这道题的特点，用逆推法分析解答较好。逆推法就是从问题的结果出发思考，可以这样想，第六天吃了余下的 $\frac{1}{2}$ ，这时还剩下 12 个桃子，可以推想 12 个对应的就是 $(1 - \frac{1}{2})$ ，于是可以求出第五天吃了余下的 $\frac{1}{3}$ 后，还剩的桃子，以此类推，如图，这样就可以找到问题的解答方法。



$$\begin{aligned}
 \text{列式: } & 12 \div (1 - \frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{4}) \div (1 - \frac{1}{5}) \div (1 - \frac{1}{6}) \div (1 - \frac{1}{7}) \\
 &= 12 \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \div \frac{4}{5} \div \frac{5}{6} \div \frac{6}{7} \\
 &= 12 \times 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \\
 &= 84(\text{个}) \quad \text{—————总数}
 \end{aligned}$$

$$84 \times \frac{1}{7} = 12(\text{个}) \quad \text{—————第一天吃的}$$

$$84 \times (1 - \frac{1}{7}) \times \frac{1}{6} = 12(\text{个}) \quad \text{第二天吃的}$$

$$12 + 12 = 24(\text{个})$$

答：第一天和第二天共吃桃子 24 个。

此题可通过认真观察图找出非常简捷的解题方法。从图中可以清楚看出第一天吃的也是 12 个，第二天吃的还是 12 个，所以两天吃的是 $12 \times 2 = 24$ （个）。你观察出来了吗？

二. 尝试体验，合作交流

1. 甲厂与乙厂去年共上交税金 112 万元，已知甲厂上交税金的 $\frac{4}{9}$ 与乙厂上交税金的 $\frac{2}{7}$ 共 42 万元，两厂去年各上交税金多少万元？

下面是李玲和王菲同学用两种方法解答的这道题，你的方法是什么？和同学交流一下。

方法 1：假设甲厂上交税金也是 $\frac{2}{7}$ ，于是可列式为

$$(42 - 112 \times \frac{2}{7}) \div (\frac{4}{9} - \frac{2}{7}) = 10 \div \frac{10}{63} = 63(\text{万元}) \quad \text{甲厂}$$

$$112 - 63 = 49(\text{万元}) \quad \text{乙厂}$$

方法 2：解：设甲厂上交税金 x 万元，则乙厂上交税金 $(112 - x)$ 万元

$$\text{则 } \frac{4}{9}x + \frac{2}{7}(112 - x) = 42$$

$$\frac{4}{9}x + \frac{2}{7} \times 112 - \frac{2}{7}x = 42$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{2}{7}x = 10$$

$$x = 63 \quad \text{——甲厂}$$

$$112 - 63 = 49(\text{万元})$$

答：甲厂上交税金 63 万元，乙厂上交 49 万元。

2. 一个木杆，第一次截去了全长的 $\frac{1}{2}$ ，第二次截去所剩木杆的 $\frac{1}{3}$ ，第三次截去所剩木杆的 $\frac{1}{4}$ ，第四次截去所剩木杆的 $\frac{1}{5}$ ，这时量得所剩木杆长为 6 厘米。木杆原来的长是多少厘米？

李玲和王菲同学的解答如下，请你判断她们做的是否正确。

$$\begin{aligned}& 6 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{4}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\&= 6 \div \frac{4}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} \\&= 6 \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \\&= 30(\text{厘米})\end{aligned}$$

答：木杆原来的长是 30 厘米。

[答题时间：15 分钟]

三. 巩固发展，独立完成：

1. 一堆化肥，第一次运走全部重量的 $\frac{2}{5}$ ，第二次运走余下的 $\frac{5}{9}$ 少 10 吨，第三次运走剩下的 74 吨，三次全部运完，这堆化肥共有多少吨？
2. 甲、乙两个学校的图书馆共有故事书 170 本，后来甲校又买了它原有故事书的 $\frac{1}{4}$ ，乙校买了它原有故事书的 $\frac{1}{5}$ ，这时两校共有故事书 208 本，现在两校各有故事书多少本？

【试题答案】

三. 巩固发展，独立完成：

1. 一堆化肥，第一次运走全部重量的 $\frac{2}{5}$ ，第二次运走余下的 $\frac{5}{9}$ 少 10 吨，第三次运走剩下的 74 吨，三次全部运完，这堆化肥共有多少吨？

答案：240 吨

2. 甲、乙两个学校的图书馆共有故事书 170 本，后来甲校又买了它原有故事书的 $\frac{1}{4}$ ，乙校买了它原有故事书的 $\frac{1}{5}$ ，这时两校共有故事书 208 本，现在两校各有故事书多少本？

答案：甲校 100 本，乙校 108 本