

第一讲 速算与巧算（三）

例 1 计算 $9+99+999+9999+99999$

解：在涉及所有数字都是 9 的计算中，常使用凑整法. 例如将 999 化成 $1000-1$ 去计算. 这是小学数学中常用的一种技巧.

$$\begin{aligned}& 9+99+999+9999+99999 \\&= (10-1) + (100-1) + (1000-1) + (10000-1) \\&\quad + (100000-1) \\&= 10+100+1000+10000+100000-5 \\&= 111110-5 \\&= 111105.\end{aligned}$$

例 2 计算 $199999+19999+1999+199+19$

解：此题各数字中，除最高位是 1 外，其余都是 9，仍使用凑整法. 不过这里是加 1 凑整.（如 $199+1=200$ ）

$$\begin{aligned}& 199999+19999+1999+199+19 \\&= (19999+1) + (19999+1) + (1999+1) + (199+1) \\&\quad + (19+1) - 5 \\&= 200000+20000+2000+200+20-5 \\&= 222220-5 \\&= 22225.\end{aligned}$$

例 3 计算 $(1+3+5+\cdots+1989) - (2+4+6+\cdots+1988)$

解法 1: $(1 + 3 + 5 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1988)$

$$\begin{aligned}
 &= 1 + 3 + 5 + \cdots + 1989 - 2 - 4 - 6 - \cdots - 1988 \\
 &= 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + \cdots + (1989 - 1988) \\
 &= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 \\
 &\quad \text{共有 } 1988 \div 2 = 994 \text{ 个 } 1 \\
 &= 995.
 \end{aligned}$$

解法 2: 先把两个括号内的数分别相加, 再相减. 第一个括号内的数相加的结果是:

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{1+3+5+\cdots+993}^{1990} + \overbrace{995+997+\cdots+1987}^{1990} + 1989 \\
 \overbrace{1+3+5+\cdots+993}^{1990} + \overbrace{995+997+\cdots+1987}^{1990} + 1989 \\
 \overbrace{1+3+5+\cdots+993}^{1990} + \overbrace{995+997+\cdots+1987}^{1990} + 1989
 \end{array}$$

从 1 到 1989 共有 995 个奇数, 凑成 497 个 1990, 还剩下 995, 第二个括号内的数相加的结果是:

从 2 到 1988 共有 994 个偶数, 凑成 497 个 1990.

$$1990 \times 497 + 995 - 1990 \times 497 = 995.$$

例 4 计算 $389 + 387 + 383 + 385 + 384 + 386 + 388$

解法 1: 认真观察每个加数, 发现它们都和整数 390 接近, 所以选 390 为基准数.

$$\begin{aligned}
 &389 + 387 + 383 + 385 + 384 + 386 + 388 \\
 &= 390 \times 7 - 1 - 3 - 7 - 5 - 6 - 4 - \\
 &= 2730 - 28 \\
 &= 2702.
 \end{aligned}$$

解法 2: 也可以选 380 为基准数, 则有

$$\begin{aligned}
 &389 + 387 + 383 + 385 + 384 + 386 + 388 \\
 &= 380 \times 7 + 9 + 7 + 3 + 5 + 4 + 6 + 8 \\
 &= 2660 + 42
 \end{aligned}$$

$$=2702.$$

例 5 计算 $(4942+4943+4938+4939+4941+4943) \div 6$

解：认真观察可知此题关键是求括号中 6 个相接近的数之和，故可选 4940 为基准数。

$$\begin{aligned} & (4942+4943+4938+4939+4941+4943) \div 6 \\ &= (4940 \times 6 + 2 + 3 - 2 - 1 + 1 + 3) \div 6 \\ &= (4940 \times 6 + 6) \div 6 \quad (\text{这里没有把 } 4940 \times 6 \text{ 先算出来, 而是运} \\ &= 4940 \times 6 \div 6 + 6 \div 6 \quad (\text{运用了除法中的巧算方法}) \\ &= 4940 + 1 \\ &= 4941. \end{aligned}$$

例 6 计算 $54+99 \times 99+45$

解：此题表面上看没有巧妙的算法，但如果把 45 和 54 先结合可得 99，就可以运用乘法分配律进行简算了。

$$\begin{aligned} & 54+99 \times 99+45 \\ &= (54+45) + 99 \times 99 \\ &= 99 + 99 \times 99 \\ &= 99 \times (1+99) \\ &= 99 \times 100 \\ &= 9900. \end{aligned}$$

例 7 计算 $9999 \times 2222 + 3333 \times 3334$

解：此题如果直接乘，数字较大，容易出错。如果将 9999 变为 3333×3 ，规律就出现了。

$$\begin{aligned} & 9999 \times 2222 + 3333 \times 3334 \\ &= 3333 \times 3 \times 2222 + 3333 \times 3334 \\ &= 3333 \times 6666 + 3333 \times 3334 \end{aligned}$$

$$=3333 \times (6666 + 3334)$$

$$=3333 \times 10000$$

$$=33330000.$$

例 8 $1999 + 999 \times 999$

解法 1: $1999 + 999 \times 999$

$$=1000 + 999 + 999 \times 999$$

$$=1000 + 999 \times (1 + 999)$$

$$=1000 + 999 \times 1000$$

$$=1000 \times (999 + 1)$$

$$=1000 \times 1000$$

$$=1000000.$$

解法 2: $1999 + 999 \times 999$

$$=1999 + 999 \times (1000 - 1)$$

$$=1999 + 999000 - 999$$

$$= (1999 - 999) + 999000$$

$$=1000 + 999000$$

$$=1000000.$$

例 9 求 $\underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个 } 9} \times \underbrace{99 \cdots 99}_{1988 \text{ 个 } 9} + \underbrace{199 \cdots 99}_{1988 \text{ 个 } 9}$ 所得结果末尾

有多少个零.

$$\begin{aligned}
 &\text{解: } \underbrace{99 \cdots 99}_{1988\uparrow} \times \underbrace{99 \cdots 99}_{1988\uparrow} + \underbrace{199 \cdots 99}_{1988\uparrow} \\
 &= \underbrace{99 \cdots 99}_{1988\uparrow} \times \left(\underbrace{100 \cdots 00}_{1988\uparrow} - 1 \right) + \underbrace{199 \cdots 99}_{1988\uparrow} \\
 &= \underbrace{99 \cdots 9900 \cdots 00}_{1988\uparrow} - \underbrace{99 \cdots 99}_{1988\uparrow} + \underbrace{199 \cdots 99}_{1988\uparrow} \\
 &= \underbrace{99 \cdots 9900 \cdots 00}_{1988\uparrow} + \underbrace{1 \ 00 \cdots 00}_{1988\uparrow} \\
 &= \underbrace{100 \cdots 0000 \cdots 00}_{1988\uparrow} \\
 &= \underbrace{100 \cdots 00}_{3976\uparrow}
 \end{aligned}$$

总之，要想在计算中达到准确、简便、迅速，必须付出辛勤的劳动，要多练习，多总结，只有这样才能做到熟能生巧。

习题一

1. 计算 $899998 + 89998 + 8998 + 898 + 88$
2. 计算 $799999 + 79999 + 7999 + 799 + 79$
3. 计算 $(1988 + 1986 + 1984 + \cdots + 6 + 4 + 2) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 1983 + 1985 + 1987)$
4. 计算 $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 1991 - 1992 + 1993$
5. 时钟 1 点钟敲 1 下，2 点钟敲 2 下，3 点钟敲 3 下，依次类推. 从 1 点到 12 点这 12 个小时内时钟共敲了多少下？
6. 求出从 1~25 的全体自然数之和.
7. 计算 $1000 + 999 - 998 - 997 + 996 + 995 - 994 - 993 + \cdots + 108 + 107 - 106 - 105 + 104 + 103 - 102 - 101$
8. 计算 $92 + 94 + 89 + 93 + 95 + 88 + 94 + 96 + 87$
9. 计算 $(125 \times 99 + 125) \times 16$
10. 计算 $3 \times 999 + 3 + 99 \times 8 + 8 + 2 \times 9 + 2 + 9$

11. 计算 999999×78053

12. 两个 10 位数 1111111111 和 9999999999 的乘积中, 有几个数字是奇数?

13. 已知被乘数是 $\underbrace{888 \cdots 8}_{1993 \text{ 个 } 8}$, 乘数是 $\underbrace{999 \cdots 9}_{1993 \text{ 个 } 9}$, 它们的积是多少?

习题一解答

1. 利用凑整法解.

$$\begin{aligned}
 & 899998 + 89998 + 8998 + 898 + 88 \\
 &= (899998 + 2) + (89998 + 2) + (8998 + 2) + (898 + 2) + (88 + 2) - 10 \\
 &= 900000 + 90000 + 9000 + 900 + 90 - 10 \\
 &= 999980.
 \end{aligned}$$

2. 利用凑整法解.

$$\begin{aligned}
 & 799999 + 79999 + 7999 + 799 + 79 \\
 &= 800000 + 80000 + 8000 + 800 + 80 - 5 \\
 &= 888875.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3. (1988 + 1986 + 1984 + \cdots + 6 + 4 + 2) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 1983 + 1985 + 1987) \\
 &= 1988 + 1986 + 1984 + \cdots + 6 + 4 + 2 - 1 - 3 - 5 \cdots \\
 &\quad - 1983 - 1985 - 1987 \\
 &= (1988 - 1987) + (1986 - 1985) + \cdots + (6 - 5) + (4 - 3) + (2 - 1) \\
 &= 994.
 \end{aligned}$$

$$4. 1-2+3-4+5-6+\cdots+1991-1992+1993=1+(3-2)+(5-4)+\cdots+(1991-1990)+(1993-1992)$$

$$= 1+1\times 996$$

$$=997.$$

$$5. 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12$$

$$=13\times 6=78 \text{ (下) }.$$

$$6. 1+2+3+\cdots+24+25$$

$$= (1+25) + (2+24) + (3+23) + \cdots + (11+15) + (12+14) + 13$$

$$=26\times 12+13=325.$$

$$7. \text{解法 1: } 1000+999-998-997+996+995-994-993+\cdots+108+107-106-105+104+103-102-101$$

$$= (1000+999-998-997) + (996+995-994-993) + \cdots + (108+107-106-105) + (104+103-102-101)$$

$$= \underbrace{4+4+\cdots+4}_{225\uparrow 4}$$

$$= 4 \times 225$$

$$= 900.$$

$$\text{解法 2: 原式} = (1000-998) + (999-997) + (104-102) + (103-101)$$

$$= 2 \times 450$$

$$= 900.$$

$$\text{解法 3: 原式} = 1000 + (999-998-997+996) + (995-994-993+992) + \cdots + (107-106-105+104) + (103-102-101+100) - 100$$

$$=1000-100$$

$$=900.$$

$$\begin{aligned} & 8. 92 + 94 + 89 + 93 + 95 + 88 + 94 + 96 + 87 \\ &= 90 \times 9 + \cancel{2} + 4 - 1 + \cancel{3} + 5 - \cancel{2} + 4 + 6 - \cancel{3} \\ &= 810 + 18 = 828. \end{aligned}$$

$$9. (125 \times 99 + 125) \times 16$$

$$=125 \times (99 + 1) \times 16$$

$$=125 \times 100 \times 8 \times 2$$

$$=125 \times 8 \times 100 \times 2$$

$$=200000.$$

$$10. 3 \times 999 + 3 + 99 \times 8 + 8 + 2 \times 9 + 2 + 9$$

$$=3 \times (999 + 1) + 8 \times (99 + 1) + 2 \times (9 + 1) + 9$$

$$=3 \times 1000 + 8 \times 100 + 2 \times 10 + 9$$

$$=3829.$$

$$11. 999999 \times 78053$$

$$= (1000000 - 1) \times 78053$$

$$=78053000000 - 78053$$

$$=78052921947.$$

$$12. 1111111111 \times 9999999999$$

$$=1111111111 \times (10000000000 - 1)$$

$$=11111111110000000000 - 1111111111$$

$$=11111111108888888889.$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad & \underbrace{888 \cdots 8}_{1993\uparrow} \times \underbrace{999 \cdots 9}_{1993\uparrow} = \underbrace{888 \cdots 8}_{1993\uparrow} \times (1 \underbrace{00 \cdots 0}_{1993\uparrow} - 1) \\
 & = \underbrace{888 \cdots 8}_{1993\uparrow} \underbrace{000 \cdots 0}_{1993\uparrow} - \underbrace{888 \cdots 8}_{1993\uparrow} \\
 & = \underbrace{888 \cdots 8}_{1992\uparrow} 7 \underbrace{111 \cdots 1}_{1992\uparrow} 2.
 \end{aligned}$$