

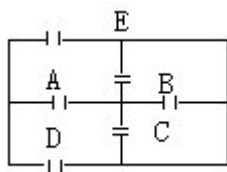
小学数学奥数基础教程(三年级) --第 29 讲

本教程共 30 讲

第 29 讲 一笔画(二)

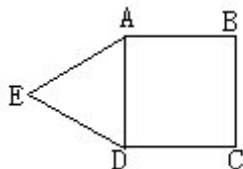
利用一笔画原理，我们可以解决许多有趣的实际问题。

例 1 右图是某展览馆的平面图，一个参观者能否不重复地穿过每一扇门？如果不能，请说明理由。如果能，应从哪开始走？



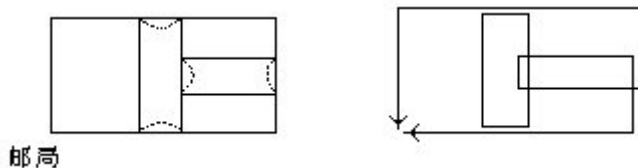
分析与解：我们将每个展室看成一个点，室外看成点 E，将每扇门看成一条线段，两个展室间有门相通表示两个点间有线段相连，于是得到右图。能否不重复地穿过每扇门的问题，变为右图是否一笔画问题。

右图中只有 A, D 两个奇点，是一笔画，所以答案是肯定的，应该从 A 或 D 展室开始走。



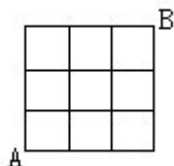
例 1 的关键是如何把一个实际问题变为判断是否一笔画问题，就像欧拉在解决哥尼斯堡七桥问题时做的那样。

例 2 一个邮递员投递信件要走的街道如下页左上图所示，图中的数字表示各条街道的千米数，他从邮局出发，要走遍各街道，最后回到邮局。怎样走才能使所走的行程最短？全程多少千米？



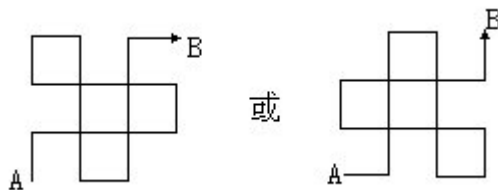
分析与解：图中共有 8 个奇点，必须在 8 个奇点间添加 4 条线，才能消除所有奇点，成为能从邮局出发最后返回邮局的一笔画。在距离最近的两个奇点间添加一条连线，如左上图中虚线所示，共添加 4 条连线，这 4 条连线表示要重复走的路，显然，这样重复走的路程最短，全程 30 千米。走法参考右上图（走法不唯一）。

例 3 右图中每个小正方形的边长都是 100 米。小明沿线段从 A 点到 B 点，不许走重复路，他最多能走多少米？



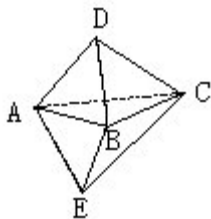
分析与解：这道题大多数同学

都采用试画的方法，实际上可以用一笔画原理求解。首先，图中有 8 个奇点，在 8 个奇点之间至少要去掉 4 条线段，才能使这 8 个奇点变成偶点；其次，从 A 点出发到 B 点，A、B 两点必须是奇点，现在 A、B 都是偶点，必须在与 A、B 连接的线段中各去掉 1 条线段，使 A、B 成为奇点。所以至少要去掉 6 条线段，也就是最多能走 1800 米，走法如下页上图。或



例 2 与 **例 3** 的图中各有 8 个奇点，都是通过减少奇点个数，将多笔画变成一笔画的问题，但它们采用的方法却完全不同。因为 **例 2** 中只要求走遍所有的线段，没有要求不能重复，所以通过添加线段的方法（实际是重复走添加线段的这段路），将奇点变为偶点，使多笔画变成一笔画。而在 **例 3** 中，要求不能走重复的路，所以不能添加线段，只能通过减少线段的方法，将奇点变为偶点，使多笔画变成一笔画。区别就在于能否重复走！能“重复”就“添线”，不能“重复”就“减线”。

例 4 在六面体的顶点 B 和 E 处各有一只蚂蚁(见右图), 它们比赛看谁能爬过所有的棱线, 最终到达终点 D。已知它们的爬速相同, 哪只蚂蚁能获胜?

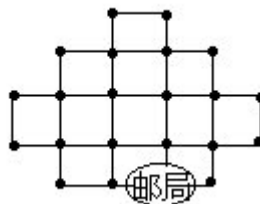
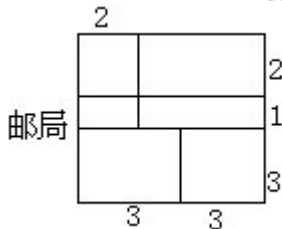


分析与解：许多同学看不出这

是一笔画问题，但利用一笔画的知识，能非常巧妙地解答这道题。这道题只要求爬过所有的棱，没要求不能重复。可是两只蚂蚁爬速相同，如果一只不重复地爬遍所有的棱，而另一只必须重复爬某些棱，那么前一只蚂蚁爬的路程短，自然先到达 D 点，因而获胜。问题变为从 B 到 D 与从 E 到 D 哪个是一笔画问题。图中只有 E, D 两个奇点，所以从 E 到 D 可以一笔画出，而从 B 到 D 却不能，因此 E 点的蚂蚁获胜。

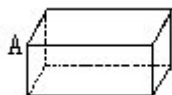
练习 29

1. 邮递员要从邮局出发，走遍左下图(单位：千米)中所有街道，最后回到邮局，怎样走路程最短？全程多少千米？

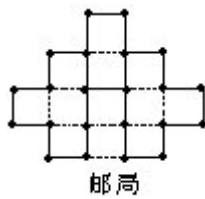
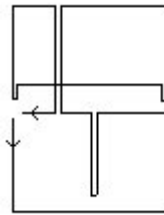


2. 有一个邮局，负责 21 个村庄的投递工作，右上图中的点表示村庄，线段表示道路。邮递员从邮局出发，怎样才能不重复地经过每一个村庄，最后回到邮局？

3. 一只木箱的长、宽、高分别为 5, 4, 3 厘米(见右图)，有一只甲虫从 A 点出发，沿棱爬行，每条棱不允许重复，则甲虫回到 A 点时，最多能爬行多少厘米？



1. 50 千米，走法见左下图。



2. 见右上图。

3. 最多爬行 34 厘米。

提示：8 个点都是奇点，故至少要少爬 4 条棱。少爬 3 厘米的棱和 4 厘米的棱各两条是最合理的（见右图）。

