第六讲 行程问题（一）

我们把研究路程、速度、时间以及这三者之间关系的一类问题，总称为行程问题.

在对小学数学的学习中，我们已经接触过一些简单的行程应用题，并且已经了解到：上述三个量之间存在这样的基本关系：路程＝速度×时间. 因此，在这一讲中，我们将在前面学习的基础上，主要来研究行程问题中较为复杂的一类问题——反向运动问题，也即在同一道路上的两个运动物体作方向相反的运动的问题. 它又包括相遇问题和相背问题. 所谓相遇问题，指的就是上述两个物体以不同的点作为起点作相向运动的问题；所谓相背问题，指的就是这两个运动物体以同一点作为起点作背向运动的问题，下面，我们来具体看几个例子.

例 1 甲、乙二人分别从相距 30 千米的两地同时出发相向而行，甲每小时走 6 千米，乙每小时走 4 千米，问：二人几小时后相遇？

分析 出发时甲、乙二人相距 30 千米，以后两人的距离每小时都缩短 6＋4＝10（千米），即两人的速度的和（简称速度和），所以 30 千米里有几个 10 千米就是几小时相遇.

解：30÷（6＋4）

＝30÷10

＝3（小时）

答：3 小时后两人相遇.

例 1 是一个典型的相遇问题. 在相遇问题中有这样一个基本数量关系：

<u>路程＝速度和×时间.</u>

例 2 一列货车早晨 6 时从甲地开往乙地，平均每小时行 45 千米，一列客车从乙地开往甲地，平均每小时比货车快 15 千米，已知客车比货车迟发 2 小时，中午 12 时两车同时经过途中某站，然后仍继续前进，问：当客车到达甲地时，货车离乙地还有多少千米？

分析 货车每小时行 45 千米，客车每小时比货车快 15 千米，所以，客车速度为每小时（45＋15）千米；中午 12 点两车相遇时，货车已行了（12—6）小时，而客车已行（12—6－2）小时，这样就可求出甲、乙两地之间的路程. 最后，再来求当客车行完全程到达甲地时，货车离乙地的距离.

解：①甲、乙两地之间的距离是：

45×（12—6）＋（45＋15）×（12—6—2）

＝45×6＋60×4

＝510（千米）.

②客车行完全程所需的时间是：

510÷（45＋15）

＝510÷60

＝8.5（小时）.

③客车到甲地时，货车离乙地的距离：

510—45×（8.5＋2）

＝510－472.5

＝37.5（千米）.

答：客车到甲地时，货车离乙地还有 37.5 千米.

例 3 两列火车相向而行，甲车每小时行 36 千米，乙车每小时行 54 千米.两车错车时，甲车上一乘客发现：从乙车车头经过他的车窗时开始到乙车车尾经过他的车窗共用了 14 秒，求乙车的车长.

分析 首先应统一单位：甲车的速度是每秒钟 36000÷3600＝10（米），乙车的速度是每秒钟 54000÷3600＝15（米）.本题中，甲车的运动实际上可以看作是甲车乘客以每秒钟 10 米的速度在运动，乙车的运动则可以看作是乙车车头的运动，因此，我们只需研究下面这样一个运动过程即可：从乙车车头经过甲车乘客的车窗这一时刻起，乙车车头和甲车乘客开始作反向运动 14 秒，每一秒钟，乙车车头与甲车乘客之间的距离都增大（10＋15）米，因此，14 秒结束时，车头与乘客之间的距离为（10＋15）×14＝350（米）.又因为甲车乘客最后看到的是乙车车尾，所以，乙车车头与甲车乘客在这段时间内所走的路程之和应恰等于乙车车身的长度，即：乙车车长就等于甲、乙两车在 14 秒内所走的路程之和.

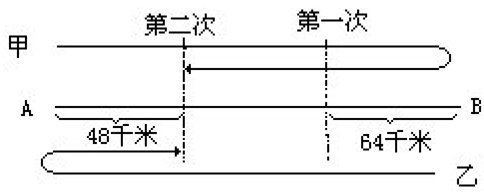
解：（10＋15）×14

＝350（米）

答：乙车的车长为 350 米.

我们也可以把例 3 称为一个相背运动问题，对于相背问题而言，相遇问题中的基本关系仍然成立.

例 4 甲、乙两车同时从 A、B 两地出发相向而行，两车在离 B 地 64 千米处第一次相遇.相遇后两车仍以原速继续行驶，并且在到达对方出发点后，立即沿原路返回，途中两车在距 A 地 48 千米处第二次相遇，问两次相遇点相距多少千米？



分析 甲、乙两车共同走完一个 AB 全程时，乙车走了 64 千米，从上图可以看出：它们到第二次相遇时共走了 3 个 AB 全程，因此，我们可以理解为乙车共走了 3 个 64 千米，再由上图可知：减去一个 48 千米后，正好等于一个 AB 全程.

解：①AB 间的距离是

64×3－48

＝192－48

＝144（千米）.

②两次相遇点的距离为

144—48－64

＝32（千米）.

答：两次相遇点的距离为 32 千米.

例 5 甲、乙二人从相距 100 千米的 A、B 两地同时出发相向而行，甲骑车，乙步行，在行走过程中，甲的车发生故障，修车用了 1 小时.在出发 4 小时后，甲、乙二人相遇，又已知甲的速度为乙的 2 倍，且相遇时甲的车已修好，那么，甲、乙二人的速度各是多少？

分析 甲的速度为乙的 2 倍，因此，乙走 4 小时的路，甲只要 2 小时就可以了，因此，甲走 100 千米所需的时间为（4—1＋4÷2）＝5 小时.这样就可求出甲的速度.

解：甲的速度为：

100÷（4－1＋4÷2）

＝100÷5＝20（千米/小时）.

乙的速度为：20÷2＝10（千米/小时）.

答：甲的速度为 20 千米/小时，乙的速度为 10 千米/小时.

例 6 某列车通过 250 米长的隧道用 25 秒，通过 210 米长的隧道用 23 秒，若该列车与另一列长 150 米.时速为 72 千米的列车相遇，错车而过需要几秒钟？

分析 解这类应用题，首先应明确几个概念：列车通过隧道指的是从车头进入隧道算起到车尾离开隧道为止.因此，这个过程中列车所走的路程等于车长加隧道长；两车相遇，错车而过指的是从两个列车的车头相遇算起到他们的车尾分开为止，这个过程实际上是一个以车头的相遇点为起点的相背运动问题，这两个列车在这段时间里所走的路程之和就等于他们的车长之和.因此，错车时间就等于车长之和除以速度之和.

列车通过 250 米的隧道用 25 秒，通过 210 米长的隧道用 23 秒，所以列车行驶的路程为（250—210）米时，所用的时间为（25—23）秒.由此可求得列车的车速为（250—210）÷（25—23）＝20（米/秒）.再根据前面的分析可知：列车在 25 秒内所走的路程等于隧道长加上车长，因此，这个列车的车长为 20×25—250＝250（米），从而可求出错车时间.

解：根据另一个列车每小时走 72 千米，所以，它的速度为：

72000÷3600＝20（米/秒），

某列车的速度为：

（250－210）÷（25－23）＝40÷2＝20（米/秒）

某列车的车长为：

20×25-250＝500-250＝250（米），

两列车的错车时间为：

（250＋150）÷（20＋20）＝400÷40＝10（秒）.

答：错车时间为 10 秒.

例 7 甲、乙、丙三辆车同时从 A 地出发到 B 地去，甲、乙两车的速度分别为每小时 60 千米和 48 千米，有一辆迎面开来的卡车分别在它们出发后的 5 小时.6 小时，8 小时先后与甲、乙、丙三辆车相遇，求丙车的速度.

分析 甲车每小时比乙车快60-48＝12（千米）.则5小时后，甲比乙多走的路程为12×5＝60（千米）.也即在卡车与甲相遇时，卡车与乙的距离为60千米，又因为卡车与乙在卡车与甲相遇的6-5＝1小时后相遇，所以，可求出卡车的速度为60÷1-48＝12（千米/小时）

卡车在与甲相遇后，再走8-5＝3（小时）才能与丙相遇，而此时丙已走了8个小时，因此，卡车3小时所走的路程与丙8小时所走的路程之和就等于甲5小时所走的路程.由此，丙的速度也可求得，应为：

（60×5-12×3）÷8＝33（千米/小时）.

解：卡车的速度：

（60-48）×5÷（6－5）－48＝12（千米/小时），

丙车的速度：

（60×5－12×3）÷8＝33（千米/小时），

答：丙车的速度为每小时33千米.

注：在本讲中出现的“米/秒”、“千米/小时”等都是速度单位，如5米/秒表示为每秒钟走5米.

习题六

1. 甲、乙两车分别从相距 240 千米的 A、B 两城同时出发，相向而行，已知甲车到达 B 城需 4 小时，乙车到达 A 城需 6 小时，问：两车出发后多长时间相遇？

2. 东、西镇相距 45 千米，甲、乙二人分别从两镇同时出发相向而行，甲比乙每小时多行 1 千米，5 小时后两人相遇，问两人的速度各是多少？

3. 甲、乙二人以均匀的速度分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，他们第一次相遇地点离 A 地 4 千米，相遇后二人继续前进，走到对方出发点后立即返回，在距 B 地 3 千米处第二次相遇，求两次相遇地点之间的距离.

4. 甲、乙二人从相距 100 千米的 A、B 两地出发相向而行，甲先出发 1 小时.他们二人在乙出后的 4 小时相遇，又已知甲比乙每小时快 2 千米，求甲、乙二人的速度.

5. 一列快车和一列慢车相向而行，快车的车长是 280 米，慢车的车长为 385 米，坐在快车上的人看见慢车驶过的时间是 11 秒，那么坐在慢车上的人看见快车驶过的时间是多少？

6. 前进钢铁厂用两辆汽车从距工厂 90 千米的矿山运矿石，现有甲、乙两辆汽车，甲车自矿山，乙车自钢铁厂同时出发相向而行，速度分别为每小时 40 千米和 50 千米，到达目的地后立即返回，如此反复运行多次，如果不计装卸时间，且两车不作任何停留，则两车在第三次相遇时，距矿山多少千米？

习题六解答

1.解：240÷（240÷4＋240÷6）＝2.4（小时）.

2.解：①甲、乙的速度和 45÷5＝9（千米/小时）.

②甲的速度：（9＋1）÷2＝5（千米/小时）.

③乙的速度：9—5＝4（千米/小时）.

3.解：①A、B 两地间的距离：

4×3—3＝9（千米）.

②两次相遇点的距离：9－4－3＝2（千米）.

4.解：①乙的速度为：

［100—2×（4＋1）］÷（4×2＋1）＝10（千米/小时）.

②甲的速度为：10＋2＝12（千米/小时）.

提示：甲比乙每小时快 2 千米，则（4＋1）小时快 2×（4＋1）＝10（千米），因此，相当于乙走 100—10＝90 千米的路需（4×2＋1）＝9（小时）.

5.解：280÷（385÷11）＝8（秒）.

提示：在这个过程中，对方的车长＝两列车的速度和×驶过的时间.而速度和不变.

6.解：①第三次相遇时两车的路程和为：

90＋90×2＋90×2＝450（千米）.

②第三次相遇时，两车所用的时间：

450÷（40＋50）＝5（小时）.

③距矿山的距离为：40×5—2×90＝20（千米）.