

## 第五讲 倒推法的妙用

在分析应用题的过程中，倒推法是一种常用的思考方法. 这种方法是从所叙述应用题或文字题的结果出发，利用已知条件一步一步倒着分析、推理，直到解决问题.

**例 1** 一次数学考试后，李军问于昆数学考试得多少分. 于昆说：“用我得的分数减去 8 加上 10，再除以 7，最后乘以 4，得 56.” 小朋友，你知道于昆得多少分吗？

分析 这道题如果顺推思考，比较麻烦，很难理出头绪来. 如果用倒推法进行分析，就像剥卷心菜一样层层深入，直到解决问题.

如果把于昆的叙述过程编成一道文字题：一个数减去 8，加上 10，再除以 7，乘以 4，结果是 56. 求这个数是多少？

把一个数用  $\square$  来表示，根据题目已知条件可得到这样的等式：

$$\{[(\square - 8) + 10] \div 7\} \times 4 = 56.$$

如何求出  $\square$  中的数呢？我们可以从结果 56 出发倒推回去. 因为 56 是乘以 4 后得到的，而乘以 4 之前是  $56 \div 4 = 14$ . 14 是除以 7 后得到的，除以 7 之前是  $14 \times 7 = 98$ . 98 是加 10 后得到的，加 10 以前是  $98 - 10 = 88$ . 88 是减 8 以后得到的，减 8 以前是  $88 + 8 = 96$ . 这样倒推使问题得解.

$$\text{解：} \{[(\square - 8) + 10] \div 7\} \times 4 = 56$$

$$[(\square - 8) + 10] \div 7 = 56 \div 4$$

答：于昆这次数学考试成绩是 96 分.

通过以上例题说明，用倒推法解题时要注意：

- ①从结果出发，逐步向前一步一步推理.
- ②在向前推理的过程中，每一步运算都是原来运算的逆运算.
- ③列式时注意运算顺序，正确使用括号.

**例 2** 马小虎做一道整数减法题时，把减数个位上的 1 看成 7，把减数十位上的 7 看成 1，结果得出差是 111. 问正确答案应是几？

分析 马小虎错把减数个位上 1 看成 7，使差减少  $7 - 1 = 6$ ，而把十位上的 7 看成 1，使差增加  $70 - 10 = 60$ . 因此这道题归结为某数减 6，加 60 得 111，求某数是几的问题.

解：  $111 - (70 - 10) + (7 - 1) = 57$

答：正确的答案是 57.

**例 3** 树林中的三棵树上共落着 48 只鸟. 如果从第一棵树上飞走 8 只落到第二棵树上; 从第二棵树上飞走 6 只落到第三棵树上, 这时三棵树上鸟的只数相等. 问: 原来每棵树上各落多少只鸟?

分析 倒推时以“三棵树上鸟的只数相等”入手分析, 可得出现在每棵树上鸟的只数  $48 \div 3 = 16$  (只). 第三棵树上现有的鸟 16 只是从第二棵树上飞来的 6 只后得到的, 所以第三棵树上原落鸟  $16 - 6 = 10$  (只). 同理, 第二棵树上原有鸟  $16 + 6 - 8 = 14$  (只). 第一棵树上原落鸟  $16 + 8 = 24$  (只), 使问题得解.

解: ①现在三棵树上各有鸟多少只?  $48 \div 3 = 16$  (只)

②第一棵树上原有鸟只数.  $16 + 8 = 24$  (只)

③第二棵树上原有鸟只数.  $16 + 6 - 8 = 14$  (只)

④第三棵树上原有鸟只数.  $16 - 6 = 10$  (只)

答: 第一、二、三棵树上原来各落鸟 24 只、14 只和 10 只.

**例 4** 篮子里有一些梨. 小刚取走总数的一半多一个. 小明取走余下的一半多 1 个. 小军取走了小明取走后剩下一半多一个. 这时篮子里还剩梨 1 个. 问: 篮子里原有梨多少个?

分析 依题意, 画图进行分析.



解: 列综合算式:

$$\{ [(1+1) \times 2 + 1] \times 2 + 1 \} \times 2 \\ = 22 \text{ (个)}$$

答: 篮子里原有梨 22 个.

**例 5** 甲乙两个油桶各装了 15 千克油. 售货员卖了 14 千克. 后来, 售货员从剩下较多油的甲桶倒一部分给乙桶使乙桶油增加一倍; 然后从乙桶倒一部分给甲桶, 使甲桶油也增加一倍, 这时甲桶油恰好是乙桶油的 3 倍. 问: 售货员从两个桶里各卖了多少千克油?

分析 解题关键是求出甲、乙两个油桶最后各有油多少千克. 已知“甲、乙两个油桶各装油 15 千克. 售货员卖了 14 千克”. 可以求出甲、乙两个油桶共剩油  $15 \times 2 - 14 = 16$  (千克). 又已知“甲、乙两个油桶所剩油”及“这时甲桶油恰是乙桶油的 3 倍”. 就可以求出甲、乙两个油桶最后有油多少千克.

求出甲、乙两个油桶最后各有油的千克数后, 再用倒推法并画图求甲桶往乙桶倒油前甲、乙两桶各有油多少千克, 从而求出从两个油桶各卖出多少千克.

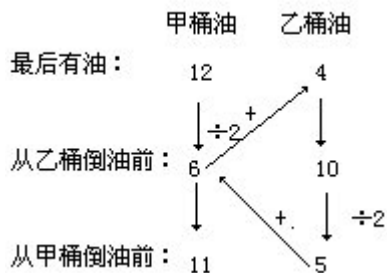
解: ①甲乙两桶油共剩多少千克?

$$15 \times 2 - 14 = 16 \text{ (千克)}$$

$$\text{②乙桶油剩多少千克? } 16 \div (3+1) = 4 \text{ (千克)}$$

$$\text{③甲桶油剩多少千克? } 4 \times 3 = 12 \text{ (千克)}$$

用倒推法画图如下:



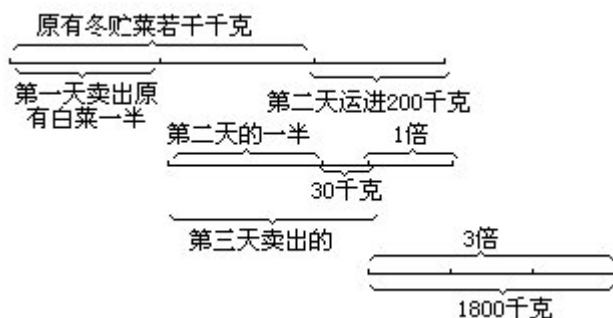
$$\text{④从甲桶卖出油多少千克? } 15 - 11 = 4 \text{ (千克)}$$

$$\text{⑤从乙桶卖出油多少千克? } 15 - 5 = 10 \text{ (千克)}$$

答: 从甲桶卖出油 4 千克, 从乙桶卖出油 10 千克.

**例 6** 菜站原有冬贮大白菜若干千克. 第一天卖出原有大白菜的一半. 第二天运进 200 千克. 第三天卖出现有白菜的一半又 30 千克, 结果剩余白菜的 3 倍是 1800 千克. 求原有冬贮大白菜多少千克?

分析 解题时用倒推法进行分析. 根据题目的已知条件画线段图(见下图), 使数量关系清晰的展现出来.



解: ①剩余的白菜是多少千克?  $1800 \div 3 = 600$  (千克)

②第二天运进 200 千克后的一半是多少千克?

$600 + 30 = 630$  (千克)

③第二天运进 200 千克后有白菜多少千克?

$630 \times 2 = 1260$  (千克)

④原来的一半是多少千克?  $1260 - 200 = 1060$  (千克)

⑤原有贮存多少千克?  $1060 \times 2 = 2120$  (千克)

答: 菜站原来贮存大白菜 2120 千克.

综合算式:

$$\begin{aligned} & [(1800 \div 3 + 30) \times 2 - 200] \times 2 \\ & = 2120 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答: 菜站原有冬贮大白菜 2120 千克.

## 习题五

1. 某数除以 4，乘以 5，再除以 6，结果是 615，求某数。
2. 生产一批零件共 560 个，师徒二人合作用 4 天做完。已知师傅每天生产零件的个数是徒弟的 3 倍。师徒二人每天各生产零件多少个？
3. 有砖 26 块，兄弟二人争着挑。弟弟抢在前，刚刚摆好砖，哥哥赶到了。哥哥看弟弟挑的太多，就抢过一半。弟弟不肯，又从哥哥那儿抢走一半。哥哥不服，弟弟只好给哥哥 5 块。这时哥哥比弟弟多 2 块。问：最初弟弟准备挑几块砖？
4. 阿凡提去赶集，他用钱的一半买肉，再用余下钱的一半买鱼，又用剩下钱买菜。别人问他带多少钱，他说：“买菜的钱是 1、2、3；3、2、1；1、2、3、4、5、6、7 的和；加 7 加 8，加 8 加 7、加 9 加 10 加 11。”你知道阿凡提一共带了多少钱？买鱼用了多少钱？

## 习题五解答

1.  $615 \times 6 \div 5 \times 4 = 2952$ .

2. 提示：先找到 4 倍是多少个.

①徒弟每天生产多少个？

$$560 \div 4 \div (3+1) = 35 \text{ (个)}$$

②师傅每天生产多少个？

$$35 \times 3 = 105 \text{ (个)}$$

答：徒弟和师傅每天各生产 35 个、105 个.

3. 提示：先用“和差”解法求出弟弟最后挑几块砖：

$$(26-2) \div 2 = 12 \text{ (块)}$$

再用倒推法求出弟弟最初准备挑几块砖.

$$\{ (26 - [26 - (12 + 5)] \times 2) \times 2 \\ = 16 \text{ (块)}$$

答：弟弟最初准备挑砖 16 块.

4. ①买菜的钱：

$$1+2+3+3+2+1+1+2+3+4+5+6+7+7+8+8+7+9+10+11=100 \text{ (元)}$$

②总钱数： $100 \times 2 \times 2 = 400 \text{ (元)}$

③买鱼的钱： $400 \div 2 \div 2 = 100 \text{ (元)}$

答：阿凡提一共带了 400 元钱，买鱼用去 100 元钱.