

(1) 请写出只有 3 种这样的表示方法的最小自然数。

2

b: 1 2 3 4 5 7 8

729 的连续 2,3,9,10,27

当  $n=2$  时, 更多 所以  $n=4$

最大  $97+71=89+79=168$

只有 14 正确

8、在 55555 的约数中，最大的三位数是多少？

$$\begin{aligned} 55555 &= 555 \times 1001 \\ &= 5 \times 3 \times 37 \times 7 \times 11 \times 13 \\ \text{最大约数为 } &3 \times 37 \times 7 = 777 \end{aligned}$$

9、从一张长 2002 毫米，宽 847 毫米的长方形纸片上，剪下一个边长尽可能大的正方形，如果剩下的部分不是正方形，那么在剩下的纸片上再剪下一个边长尽可能大的正方形。按照上面的过程不断地重复，最后剪得正方形的边长是多少毫米？

2002	308	308	231
847	847	231	77

$$\left. \begin{aligned} 2002 \div 847 &= 2 \dots 308 \\ 847 \div 308 &= 2 \dots 231 \\ 308 \div 231 &= 1 \dots 77 \\ 231 \div 77 &= 3 \text{ 个} \end{aligned} \right\} \text{ 一共 8 个}$$

10、已知存在三个小于 20 的自然数，它们的最大公约数是 1，并且两两均不互质。请写出所有可能的答案。

$a < b < c$  (两两不互质,全为合数)  
 范围 4,6,8,9,10,12,14,15,16,18  
 其中只有一种因数的数不可能 2,3 不互质  
 8,9 错,还有 6,10,12,14,15,18 这 6 个

A	6,6,6,6	10	10	10	12
B	10,12,14,15	12	14	15	15
C	15,X,X,X	15	X	18	18

所以① (6,10,15)  
 ② (10,12,15)  
 ③ (10,15,18)

$26 = 2 \times 13$	$91 = 7 \times 13$	(1)13 出现 3 次,至少分三组
$33 = 3 \times 11$	$143 = 11 \times 13$	A:26 33 35
$34 = 2 \times 17$		B:91 34
$35 = 5 \times 7$		C:143 63 85
$63 = 7 \times 3^2$		
$85 = 5 \times 17$		

12、图 10-1 中两个圆只有一个公共点 A，大圆直径 48 厘米，小圆直径 30 厘米。两只甲虫同时从 A 出发，按箭头所指的方向以相同的速度分别爬了几圈时，两只甲虫首次相距最远？

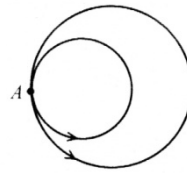


图 10-1

大圆: $48\pi$	小圆: $30\pi$
最远 大在右	小在左
$[24\pi, 30\pi] = 120\pi$	
$120 \div 48 = 2$ 圈半	
$120 \div 30 = 4$ 圈	

13、设 a 与 b 两个不相等的非零自然数。

(1) 如果它们的最小公倍数是 72，那么这两个自然数的和有多少种可能的数值？

(2) 如果它们的最小公倍数是 60，那么这两个自然数的差有多少中可能的数值？

(1)  $[a,b] = 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$   
 约数: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72  
 设  $a > b$  当  $a=72$  时,  $b$  取其余 11 个都对  
 当  $a=36$  时,  $b$  取 24, 8 (互相不为倍数即可)  
 当  $a=24$  时,  $b$  取 18, 9  
 当  $a=18$  时  $b$  取 8  
 当  $a=12$  时  $b$  不行  
 当  $a=9$  时  $b=8$   
 一共  $11+2+2+1+1=17$  种

$60 = [a,b] = 2 \times 2 \times 3 \times 5$   
 12 个约数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60  
 $a > b$   
 当  $a=60$  时,  $b$  取 11 种 注: 其中无相等  
 当  $a=30$  时,  $b$  取 4, 12, 20 三种  
 当  $a=20$  时,  $b$  取 3, 6, 12, 15  
 当  $a=15$  时  $b$  取 4, 12  
 当  $a=12$  时  $b$  取 5, 10  
 当  $a=9$  时  $b=8$   
 $a-b$  一共  $11+3+4+2+2=22$  种

14、狐狸和黄鼠狼进行跳跃比赛，狐狸每次跳  $4\frac{1}{2}$  米，黄鼠狼每次跳  $2\frac{3}{4}$  米，它们每秒钟都只跳一次。比赛途中，从起点开始每隔  $12\frac{3}{8}$  米设有一个陷阱，当它们之中有一个掉进陷阱时，另一个跳了多少米？

$$12\frac{3}{8} \div 4\frac{1}{2} = \frac{11}{4} \text{ 秒} \quad 12\frac{3}{8} \div 2\frac{3}{4} = \frac{9}{2} \text{ 秒}$$

狐 4 个  $12\frac{3}{8}$  掉进  $\frac{11}{4} \times 4 = 11$  秒

黄 2 个  $12\frac{3}{8}$  掉进  $\frac{9}{2} \times 2 = 9$  秒

$4\frac{1}{2} \times 9 = 40.5$  (米)

15、在小于 1000 的自然数中，分别除以 18 及 33 所得余数相同的数有多少个？（余数可以为 0）

$[18, 33] = 198$  在 1---198 中, 1, 2, 3... 17  
 $a \div 18 \dots 1 \dots 17$  和 0 和 198 除 18, 33 余数  
 $999 \div 198 = 5 \text{ 组} \dots 9$  (个) 相同  
 $18 \times 5 + 9 = 99$  (个)

16、甲、乙、丙三数分别为 603, 939, 393。某数 A 除甲数所得余数是 A 除乙数所得余数的 2 倍，A 除乙数得余数是 A 除丙数所得余数的 2 倍。求 A 等于多少？

$603 \text{ 甲} \div A \dots 4X$   
 $939 \div A \dots 2X \rightarrow 939 \times 2 \div A \dots 4X$   
 $393 \div A \dots X \quad 393 \times 4 \div A \dots 4X$   
 60.3.1987.1572 对于 A 同余  
 A 为: 1275, 306, 969 的约数  
 最大为  $17 \times 3 = 51$   
 A 为 51 时  $603 \div 51 = 11 \dots 42$   
 $939 \div 51 = 18 \dots 21 \times$   
 $393 \div 51 = 7 \dots 36$   
 A 为 17 时  $603 \div 17 = 35 \dots 8$   
 $939 \div 17 = 55 \dots 4$   
 $393 \div 17 = 23 \dots 2$

没有完全平方数。

知识点: 奇  $\times$  奇 = 奇; 偶数平方为偶数  
 奇  $^2 \div 4$  余 1 这些除 4 余 3  
 $11 \div 4 = 2 \dots 3$   
 $111 = 100 + 11$   
 $1111 = 1100 + 11$

18、有 8 个盒子，各盒内分别装有奶糖 9, 17, 24, 28, 30, 31, 33, 44 块。甲先取走一盒，其余各盒被乙、丙、丁 3 人所取走。已知乙、丙取到的块数相同且为丁的 2 倍。问：甲取走的一盒中有多少块奶糖？

$9 + 17 + 24 + 28 + 30 + 31 + 33 + 44 = 216$   
 $(216 - \text{甲}) \div (2 + 2 + 1) = \text{余 } 0$   
 $216 - 31 = 180$   
 $180 \div 5 = 36$  甲取 31

19、在一根长木棍上，有三种刻度线。第一种刻度线将木棍分成 10 等份；第二种将木棍分成 12 等份；第三种将木棍分成 15 等份。如果沿每条刻度线将木棍锯断，那么木棍总共被锯成多少段？

$[10, 12, 15] = 60$  米  
 $60 \div 10 = 6$  米 内有 9 个点  
 12 分  $60 \div 12 = 5$  米 11 点  
 15 分  $60 \div 15 = 4$  米 内有 14 点  
 一共  $9 + 11 + 14 = 34$  点  
 5, 6 公倍 30  
 6, 4 公倍 12, 24, 36, 48 重点  
 5, 4 公倍 20, 40  
 $34 - 1 - 4 - 2 = 27$  点  
 内 27 点一共 28 段

17、证明：形如 11, 111, 1111, 11111, ... 的数中