

5. 阅读理解型

通过阅读提供的材料，获取信息，理解新概念，然后结合新概念对新问题进行研究，它能有效地考查学生的综合阅读理解的能力。例如安徽省 06 年第 23 题，从阅读（学习）能力、作图能力、探究能力、逻辑推理能力等方面对学生初中平面几何知识的全面考查。

一：【要点梳理】

阅读理解型问题以内容丰富、构思新颖别致、题样多变为特点。知识的覆盖面较大，它可以是阅读课本原文，也可以是设计一个新的数学情境，让学生在阅读的基础上，理解其中的内容、方法和思想，然后在把握本质，理解实质的基础上作出回答。这类问题的主要题型有：

- (1) 阅读特殊范例，推出一般结论；
- (2) 阅读解题过程，总结解题思路和方法；
- (3) 阅读新知识，研究新问题等。

这类试题要求考生能透彻理解课本中的所学内容，善于总结解题规律，并能准确阐述自己的思想和观点，考查学生对数学知识的理解水平、数学方法的运用水平及分析推理能力、数据处理能力、文字概括能力、书面表达能力、随机应变能力和知识的迁移能力等。因此，在平时的学习和复习中应透彻理解所学内容。搞清楚知识的来龙去脉，不仅要学会数学知识，更要掌握在研究知识的过程中体现出的数学思想和方法。

二：【例题与练习】

1. 我国古代数学家秦九韶在《算书九章》中记述了“三斜求积术”，即已知三角形的

三边长，求它的面积。用现代式子表示即为： $s = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2b^2 - (\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2})^2]}$ ……①（其

中 a 、 b 、 c 为三角形的三边长， s 为面积）。而另一个文明古国古希腊也有求三角

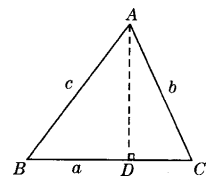
形面积的海伦公式： $s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ……②（其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$ ）。

- (1) 若已知三角形的三边长分别为 5、7、8，试分别运用公式①和公式②，计算该三角形的面积。

- (2) 你能否由公式①推导出公式②？请试试。

2. 阅读下列材料，并解决后面的问题：在锐角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、

$\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c 。过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D (如图)，则



$$\sin B = \frac{AD}{c}, \sin C = \frac{AD}{b}, \text{ 即 } AD = c \sin B, AD = b \sin C, \text{ 于是 } c \sin B = b \sin C, \text{ 即 } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

$$\text{同理有 } \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}, \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}. \text{ 所以 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \dots\dots(*)$$

即：在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等。

(1)在锐角三角形中，若已知三个元素 a 、 b 、 $\angle A$ ，运用上述结论(*)和有关定理就可以求出其余三个未知元素 c 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ ，请你按照下列步骤填空，完成求解过程：

第一步：由条件 a 、 b 、 $\angle A$ $\xrightarrow{\text{用关系式}}$ $\xrightarrow{\text{求出}}$ $\angle B$ ；

第二步：由条件 $\angle A$ 、 $\angle B$ $\xrightarrow{\text{用关系式}}$ $\xrightarrow{\text{求出}}$ $\angle C$ ；

第三步：由条件 $\xrightarrow{\text{用关系式}}$ $\xrightarrow{\text{求出}}$ c 。

3. 阅读：我们知道，在数轴上， $x=1$ 表示一个点，而在平面直角坐标系中， $x=1$ 表示一条直线；我们还知道，以二元一次方程 $2x-y+1=0$ 的所有解为坐标的点组成的图形就是一次函数 $y=2x+1$ 的图象，它也是一条直线，如图①.观察图①可以得出：直线 $x=1$

与直线 $y=2x+1$ 的交点 P 的坐标 $(1, 3)$ 就是方程组 $\begin{cases} x=1 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$ 的解，所以这个方

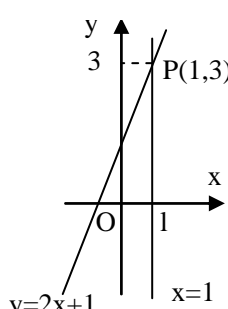
程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ ；在直角坐标系中， $x \leq 1$ 表示一个平面区域，即直线 $x=1$ 以及它左

侧的部分，如图②； $y \leq 2x+1$ 也表示一个平面区域，即直线 $y=2x+1$ 以及它下方的部分，如图③。

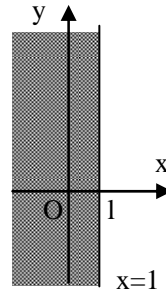
回答下列问题：

(1) 在直角坐标系中，用作图象的方法求出方程

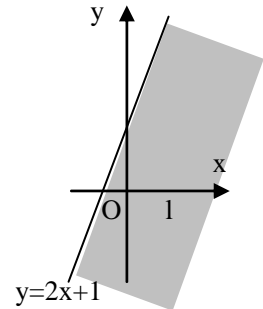
$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-2x+2 \end{cases} \text{ 的解；}$$



①



②



③

(2) 用阴影表示

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ y \leq -2x+2 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ 所围成的区域.}$$

4. 先阅读下列材料，再解答后面的问题材料： $2^3=8$ ，此时，3 叫做以 2 为底 8 的对数，记

为 $\log_2 8$ (即 $\log_2 8 = 3$)。一般地，若 $a^n = b$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, b > 0$)，则 n 叫做以 a 为底

b 的对数，记为 $\log_a b$ (即 $\log_a b = n$). 如 $3^4 = 81$ ，则 4 叫做以 3 为底 81 的对数，记为 $\log_3 81$ (即 $\log_3 81 = 4$).

问题：(1) 计算以下各对数的值： $\log_2 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\log_2 16 = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\log_2 64 = \underline{\hspace{2cm}}$.

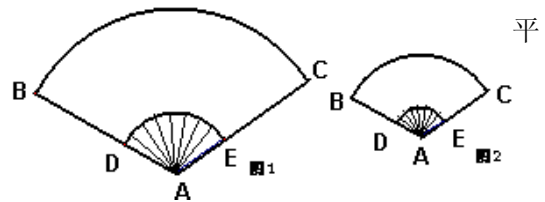
(2) 观察(1)中三数 4、16、64 之间满足怎样的关系式？ $\log_2 4$ 、 $\log_2 16$ 、 $\log_2 64$ 之间又满足怎样的关系式？

(3) 由(2)的结果，你能归纳出一个一般性的结论吗？

$$\log_a M + \log_a N = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1, M > 0, N > 0)$$

根据幂的运算法则： $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ 以及对数的含义证明上述结论.

5. 某校研究性学习小组在研究相似图形时，发现相似三角形的定义、判定及其性质，可以拓展到扇形的相似中去. 例如，可以定义：“圆心角相等且半径和弧长对应成比例的两个扇形叫做相似扇形”；相似扇形有性质：_____ 平方. 请你协助他们探索这个问题.



(1) 写出判定扇形相似的一种方法：

若 _____，则两个扇形相似；

(2) 有两个圆心角相等的扇形，其中一个半

径为 a、弧长为 m，另一个半径为 2a，则它的弧长为 _____；

(3) 如图 1 是一完全打开的纸扇，外侧两竹条 AB 和 AC 的夹角为 120° ，AB 为 30cm，现要做一个和它形状相同、面积是它一半的纸扇（如图 2），求新做纸扇（扇形）的圆心角和半径.

6. 阅读材料，大数学家高斯在上学读书时曾经研究过这样一个问题： $1+2+3+\dots+100=?$ 经过研究，这个问题的一般性结论是 $1+2+3+\dots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$ ，其中 n 是正整数. 现在我们来研究一个类似的问题： $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = ?$

观察下面三个特殊的等式

$$1 \times 2 = \frac{1}{3}(1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2) ; \quad 2 \times 3 = \frac{1}{3}(2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3) ; \quad 3 \times 4 = \frac{1}{3}(3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4)$$

将这三个等式的两边相加，可以得到 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 5 = 20$

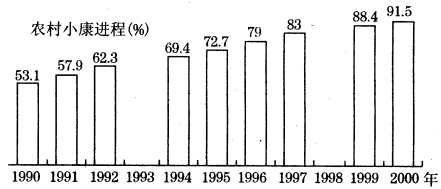
读完这段材料，请你思考后回答：

(1) $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 100 \times 101 =$ _____

(2) $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n(n+1)(n+2) =$ _____

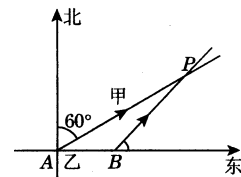
(3) $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n(n+1)(n+2) =$ _____ (只需写出结果)

7. 阅读材料，解答问题：如图表示我国农村居民的小康生活水平实现程度。地处西部的某贫困县，农村人口约 50 万，2002 年农村小康生活的综合实现程度才达到 68%，即没有达到小康程度的人口约为 $(1 - 68\%) \times 50$ 万 = 16 万。



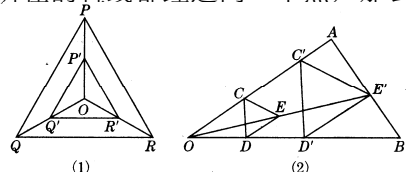
- (1) 假设该县计划在 2002 年的基础上，到 2004 年底，使没有达到小康程度的 16 万农村人口降至 10.24 万，那么平均每年降低的百分率是多少？
- (2) 如果该计划实现，2004 年底该县农村小康进程接近图 2-7-2 中哪一年的水平？（假设该县人口 2 年内不变）

8. 如图所示，甲、乙两辆大型货车于下午 2:00 同时从 A 地出发驶往 P 市，甲车沿一条公路向北偏东 60° 方向行驶，直达 P 市，其速度为 30 千米/时；乙车先沿一条公路向正东方向行驶半小时后到达 B 地，卸下部分货物，再沿一条通向东北方向的公路驶往 P 市，其速度始终为 40 千米/时。



- (1) 设出发后经过 t 小时，甲车与 P 市的距离为 s 千米，求 s 与 t 之间的函数表达式，并写出自变量 t 的取值范围。
- (2) 已知在 P 市新建的移动通讯接收发射塔，其信号覆盖面积只可达 P 市周围方圆 30 千米的区域（包括边缘地带人除此之外，该地区无其他发射塔。故甲、乙两车司机只能靠 P 市发射塔进行手机通话联系，问甲、乙两车司机从什么时刻开始可取得联系（精确到分钟）

10. 如果两个三角形不仅是相似三角形，而且每组对应点所在的直线都经过同一个点，那么这两个三角形叫作位似三角形。它们的相似比又称为位似比，这个点叫做位似中心。利用三角形的位似可以将一个三角形缩小或放大。



- (1) 选择：如图(1)所示，点O是等边三角形PQR的中心， P' 、 Q' 、 R' 分别是OP、OQ、OR的中点。则 $\triangle P'Q'R'$ 与 $\triangle PQR$ 是位似三角形。此时， $\triangle P'Q'R'$ 与 $\triangle PQR$ 的位似比、位似中心分别为 () A. 2，点P； B. $\frac{1}{2}$ ，点P； C. 2，点O； D. $\frac{1}{2}$ ，点O

(2) 如图(2)所示, 用下面的方法可以画 $\triangle AOB$ 的内接等边三角形. 阅读后证明相应问题:

画法: ①在 $\triangle AOB$ 内画等边三角形 CDE , 使点 C 在 OA 上, 点 D 在 OB 上; ②连接 OE 并延长, 交 AB 于点 E' , 过点 E' 作 $E'C' \parallel EC$, 交 OA 于点 C' , 作 $E'D' \parallel ED$, 交 OB 于点 D' ;

③连接 $C'D'$, 则 $\triangle C'D'E'$ 是 $\triangle AOB$ 的内接三角形, 求证: $\triangle C'D'E'$ 是等边三角形.