

## 2.探索规律型

新课标指出：不仅关注对学生学习结果的评价，也要关注对他们数学活动过程的评价。近几年开放探索性问题在中考中也越来越受重视。主要考查学生探索规律、表达规律、抽象规律及证明规律的能力。

### 一：【要点梳理】

探索是人类认识客观世界过程中最生动、最活泼的活动，探索性问题存在于一切学科领域，在数学中则更为普遍。初中数学试题的探索性试题主要指命题缺少题设或未给出明确的结论，需要经过推断、补充并加以证明的命题。探索性问题及解题策略主要有：

1 条件探索型：一般是给出问题的部分条件及结论，让考生探索缺少的条件。解决此类问题的采用方法是采用逆向思维，从结论及部分条件出发，推出所需的条件

2 结论探索型：一般是给定某些条件，让考生根据条件探索相应的结论。符合条件的结论可能是多样的，也可能只有一种或不存在，需要进行推断，甚至还要探索条件变化中结论

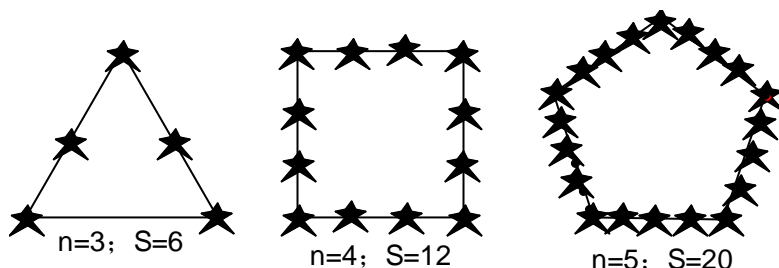
3 情景探索型：一般指给出问题的实际情况，通过数学建模，把实际问题转化为数学问题，或运用数学知识设计各种方案，为决策提供理论依据。这类问题常常以实际生活为背景，涉及社会、生产、科技、经济以及数学本身等各个方面的知识，着重考查学生的数学应用能力和创新能力

4 策略探索型：一般指解题方法不唯一，或解题途径不明确的问题，要求考生在解题过程中不因循守旧、墨守成规，通过积极的思考，创新求索，优化解题策略。

5 规律探索型：这类题目是指一定条件下需探索发现有关数学对象所具有的规律性或不变性的问题，它往往给出一组变化的式子、图形或条件，要求考生通过阅读、观察、分析、猜想来探索规律

### 二：【例题与练习】

1. 如图，是由若干星星组成的型如正多边形的图案，每条边（包括两个顶点）有  $n$  ( $n \geq 2$ ) 星星，每个图案中星星总数为  $S$ ，按此规律推断  $S$  与  $n$  ( $n \geq 3$ ) 的关系是： $S = \underline{\hspace{2cm}}$



2. 下列图形中图 (a) 的正方形木块，把它切去一块，  
得到如图 (b) (c) (d)(e) 的木块

(1) 我们知道图 (a) 的正方形木块有 8 个顶点、

12 条棱、6 个面，请你将图 (b) (c) (d)

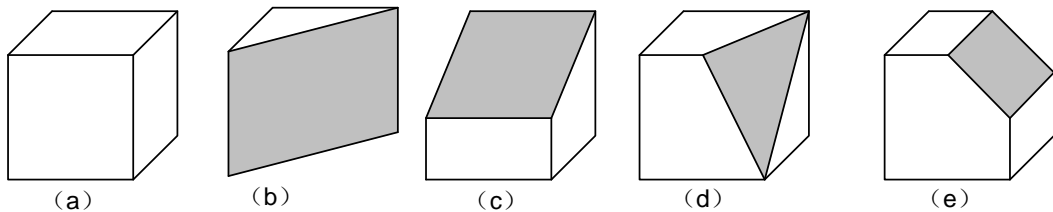
(e) 中木块的顶点数、棱数、面数填入下表：

(2) 根据上表，各种木块的顶点数、棱数、面数之

间的数量关系可以归纳出一定的规律，请你试

写出顶点数  $x$ 、棱数  $y$ 、面数  $z$  之间的数量关系式

图号	顶点数	棱数	面数
(a)	8	12	6
(b)			
(c)			
(d)			
(e)			

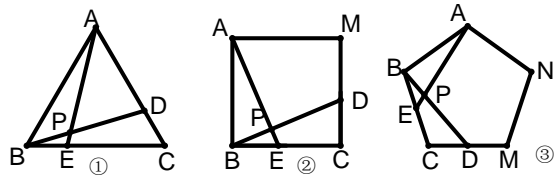


3. 如图①②③中，点 E, D 分别是正三角形 ABC、正四边形 AB-CM、正五边形 ABCMN  
中以 C 为顶点的相邻两边上的点，且  $BE=CD$ ，DB 交 AE 于点 P

(1) 图①中  $\angle APD$  的度数为\_\_\_\_\_；

(2) 图②中  $\angle APD$  的度数为\_\_\_\_\_，

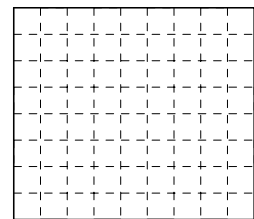
图③  $\angle APD$  的度数为\_\_\_\_\_；



(3) 根据前面的探索，你能否将本题推

广到一般的正  $n$  变形情况？若能，写出推广的题目和结论；若不能，请说明理由。

4. 一只青蛙在如图  $8 \times 8$  的正方形（每个小正方形的边长为 1）网  
格的格点（小正方形的顶点）上跳跃，青蛙每次所跳的最远距  
离为根号 5，青蛙从点 A 开始连续跳六次正好跳回原点 A，则  
所构成的封闭图形的面积的最大值是\_\_\_\_\_。



5. 《九章算术》是我国东汉初年编订的一部数学经典著

作。在它的“方程”一章里，一次方程组是由算筹布

置而成的。《九章算术》中的算筹图是竖排的，为看

图方便，我们把它改为横排，如图①，图②. 图中各行从左到右列出的算筹数分别表示未

知数  $x$ ,  $y$  的系数与相应的常数项，把图 1 所示的算筹图用我们现在所熟悉的算筹图我们

可以表述为（ ）

A.  $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 4x+3y=27 \end{cases}$  ; B.  $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 4x+3y=22 \end{cases}$  ; C.  $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ x+4y=23 \end{cases}$  ; D.  $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+3y=27 \end{cases}$

6. 观察表一，寻找规律。表二、表三、表四分别是表一中截取的一部分，其中 a,b,c 的值分别为 ( )

A. 20, 29, 30      B. 18, 30, 26      C. 18, 20, 26      D. 18, 30, 28

1	2	3	4	...
2	4	6	8	...
3	6	9	12	...
4	8	12	16	...
...	...	...	...	...

表一

20	24
25	b

表二

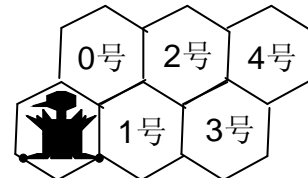
18	
	e
	32

表三

12
15
a

表四

7. 假定有一排蜂房，形状如图，一只蜜蜂在左下角，由于受了一点伤，只能爬行，不能飞，而且始终向有方（包括右上，右下）爬行，从一间蜂房爬到右边相邻的蜂房中去，例如，蜜蜂爬到 1 号蜂房的爬法有：蜜蜂→1 号；蜜蜂→0→1 号，共有 2 种不同的爬法，问蜜蜂从最初位置爬到 4 号蜂房共有几种不同的爬法 ( )



A. 7      B. 8      C. 9      D. 10

8. 探究归纳：切饼中的数学问题：一个饼放在桌子上用刀切下去，一刀可以切成 2 块，2 刀最多切成 4 块，3 刀最多可以切成 7 块，4 刀最多可以切成 11 块（如图）

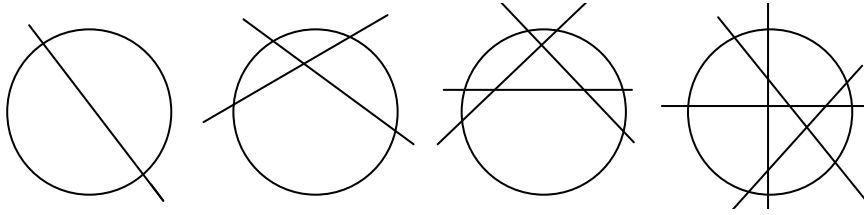
上述问题转化为数学模型实际上就是 n 条直线最多把平面分成几块的问题。有没有规律呢？请先进行试验，然后回答以下问题

(1)填表：

直线条数	1	2	3	4	5	6	...
分成的最多平面数	2	4	7	11			...

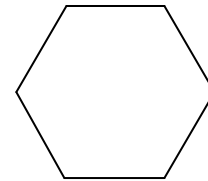
(2)设 n 条直线把平面最多分

成的块数是 S，请学出 S 关于 n 的表达式，（不需要解题过程）。



9. 将正六边形纸片按下列要求分别分割（每次分割，纸片均不得有剩余）：第一次分割：

将正六边形纸片分割成三个全等的菱形，然后选取其中的一个菱形再分割成一个正六边形和两个全等的正三角形；第二次分割：将第一次分割后所得的正六边形纸片分割成三个全等的菱形，然后选取其中的一个菱形再分割成一个正六边形和两个全等的正三角形；按上述分割方法进行下去……



(1) 请你在下图中画出第一次分割的示意图；

(2) 若原正六边形的面积为  $a$ , 请你通过操作和观察，将第一次，第二次，第三次分割后所得的正六边形的面积填出下表：

分割次数 (n)	1	2	3	...
正六边形的面积 S				

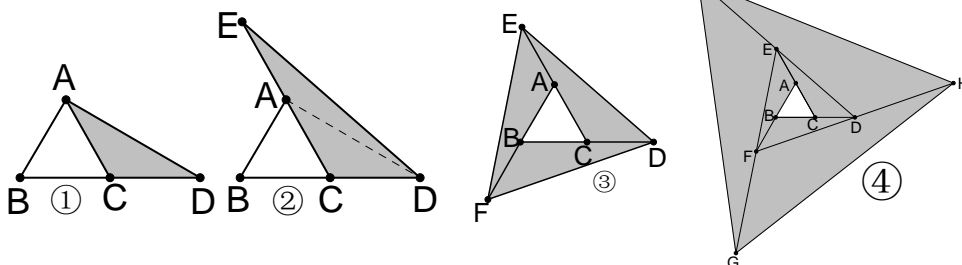
(3) 观察所填表格，并结合操作，请你猜想：分割后所得的正六边形的面积  $S$  与分割次数  $a$  有何关系 ( $S$  用含  $a$  和  $n$  的代数式表示，不需要写出你的推理过程)？

10. 探索：在如图①至图③中，三角形  $ABC$  的面积为  $a$ ,

(1) 如图①，延长  $\triangle ABC$  的边  $BC$  到点  $D$ ，使  $CD=BC$ ，连接  $DA$ . 若  $\triangle ACD$  的面积为  $S$ ，则  $S_1=$ \_\_\_\_\_ (用含  $a$  的代数式表示)；

(2) 如图②，延长  $\triangle ABC$  的边  $BC$  到点  $D$ ，延长边  $CA$  到点  $E$ ，使  $CD=BC$ ， $AE=CA$ ，连接  $DE$ ，若  $\triangle DEC$  的面积为  $S$ ，则  $S_2=$ \_\_\_\_\_ (用含  $a$  的代数式表示) 并写出理由；

(3) 在图②的基础上延长  $AB$  到点  $F$ ，使  $BF=AB$ ，连接  $FD$ ， $FE$ ，得到  $\triangle DEF$  (如图③)，若阴影部分的面积为  $S_3$ ，则  $S_3=$ \_\_\_\_\_ (用含  $a$  的代数式表示)



发现：象上面那样，将 $\triangle ABC$  各边均顺次延长一倍，连接所得端点，得到 $\triangle DEF$ （如图③），此时，我们称 $\triangle ABC$  向外扩展了一次，可以发现，扩展后得到的 $\triangle DEF$  的面积是原来 $\triangle ABC$  面积的\_\_\_\_\_倍。

应用：去年在面积为  $10\text{m}^2$  的 $\triangle ABC$  空地上栽种了某种花，今年准备扩大种植规模，把 $\triangle ABC$  向外进行两次扩展，第一次由 $\triangle ABC$  扩展成 $\triangle DEF$ ，第二次由 $\triangle DEF$  扩展成 $\triangle MGH$ （如图④）。求这两次扩展的区域（即阴影部分）面积共为多少  $\text{m}^2$ ？