

2. 数形结合的思想

把问题中的数量关系与形象直观的几何图形有机的结合起来, 并充分利用这种结合寻找解题的思路, 使问题得到解决的思想方法, 在分析问题的过程中, 注意把数和形结合起来考察, 根据问题的具体情形, 把图形性质的问题转化为数量关系的问题, 或者把数量关系的问题转化为图形性质的问题, 使复杂问题简单化, 抽象问题具体化, 化难为易, 获取简便易行的方法。涉及实数与数轴上点的对应关系, 公式、定理的几何背景问题, 函数与方程的对应关系等。

一: 【要点梳理】

1. 数形结合思想方法是初中数学中一种重要的思想方法. 数是形的抽象概括, 形是数的直观表现, 用数形结合的思想解题可分两类: 一是利用几何图形的直观表示数的问题, 它常借用数轴、函数图象等; 二是运用数量关系来研究几何图形问题, 常需要建立方程(组)或建立函数关系式等

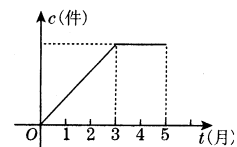
2. 热点内容

(1). 利用数轴解不等式(组)

(2). 研究函数图象隐含的信息, 判断函数解析式的系数之间的关系, 确定函数解析式和解决与函数性质有关的问题.

(3). 研究与几何图形有关的数据, 判断几何图形的形状、位置等问题.

(4). 运用几何图形的性质、图形的面积等关系, 进行有关计算或构件方程(组), 求得有关结论等问题.



二: 【例题与练习】

1. 选择:

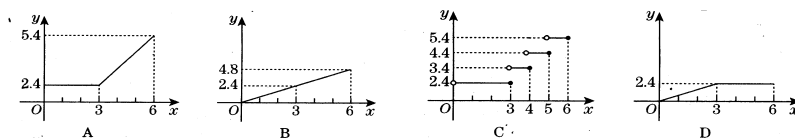
(1) 某村办工厂今年前 5 个月生产某种产品的总量 c (件)

关于时间 t (月) 的图象如图所示, 则该厂对这种产品来说 ()

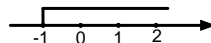
- A. 1 月至 3 月每月生产总量逐月增加, 4、5 两月生产总量逐月减少
- B. 1 月至 3 月每月生产总量逐月增加, 4、5 两月生产总量与 3 月持平
- C. 1 月至 3 月每月生产总量逐月增加, 4、5 两月均停止生产
- D. 1 月至 3 月每月生产总量不变, 4、5 两月均停止生产

(2) 某人从 A 地向 B 地打长途电话 6 分钟, 按通话时间收费, 3 分钟以内收费 2.4 元每加 1 分钟加收 1 元, 则表示电话费 y (元) 与通话时间(分) 之间的关系的图象如图

所示,正确的是()



- (3) 丽水到杭州的班车首法时间为早上 6 时,末班车为傍晚 18 时,每隔 2 小时有一班车发出,且丽水到杭州需要 4 个小时.已知同一时刻有班车分别从杭州、丽水战发出.则班车在图中相遇的次数最多为()



- A. 4 次 B. 5 次 C. 6 次 D. 7 次

2. 填空:

- (1) 已知关于 X 的不等式 $2x-a>-3$ 的解集如图所示,则 a 的值等于_____

- (2) 如果不等式组 $\begin{cases} x+8<4x-1 \\ x>m \end{cases}$ 的解集为 $x>3$,则 m 的取值范围是_____

3. 考虑 $y = \frac{2}{x}$ 的图象,当 $x=-2$ 时, y =_____; 当 $x<-2$ 时, y 的取值范围是_____. 当 $y\geq-1$ 时, x 的取值范围是_____

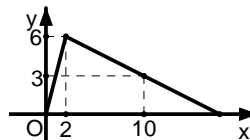
4. 某医药研究所开发了一种新药,在试验药效时发现,如果成人

按规定剂量服用,那么 2 个小时时血液中含药最高,达每毫升

6 微克(1 微克=10⁻³ 毫克),接着逐步衰减,10 小时时血液中含药

量为每毫升 3 微克,每毫升血液中含药量 y (微克)随时间 x (小时)

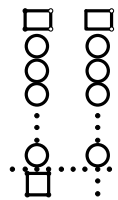
的变化如图所示.当成人按规定剂量服药后.



- (1) 分别求出 $x\leq 2$ 和 $x\geq 2$ 时 y 与 x 的函数解析式;

- (2) 如果每毫升血液中含量为 4 微克或 4 微克以上时,在治疗疾病时是有效的,那么这个有效时间有多长?

5. 如图.小杰到学校食堂买饭,看到 A、B 两窗口前排队的人一样多(设为 a 人, $a>8$),就战到 A 窗队伍的后面,过了 2 分钟他发现 A 窗口每分钟有 6 人买了饭离开队伍,且 B 窗口队伍后面每分钟增加 5 人.



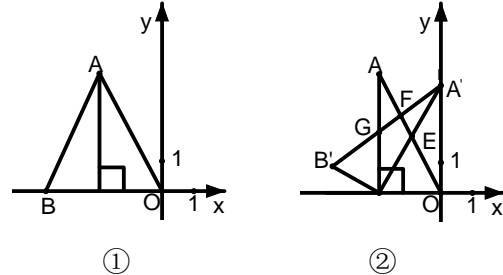
- (1) 此时,若小杰继续在 A 窗口排队,则他到达窗口所花的时间是多少(用含 a 的代数式表示)?

- (2) 此时,若小杰迅速从 A 窗口队伍转移到 B 窗口队伍后面重新排队,且到达 B 窗口所花的时间比继续在 A 窗口排队到达 A 窗口的时间少,求 a 的取值范围(不考虑其他因素).

6. 如图①,在平面直角坐标系中,两个全等的直角三角形的直角顶点及一条直角边重合,点 A 在第二象限内.点 B、点 C 在 x 轴的负半轴上,角 $CAO=30^\circ$, $OA=4$.

(1)求点 C 的坐标;

(2)如图②,将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 30° 到 $\triangle A'CB'$ 的位置, 其中 $A'C$ 交直线 OA 与点 E, $A'B'$ 分别交直线 OA,CA 与点 F,G,则除 $\triangle A'B'C \cong \triangle AOC$ 外,还有哪几对全等的三角形,请直接写出答案(不再另外添加辅助线)



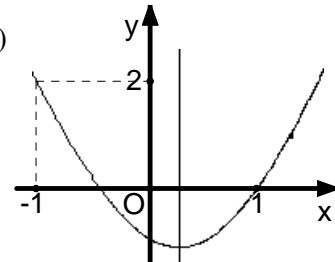
7. 如图,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向上,图象过点 $(-1,2)$

和 $(1,0)$,且与 y 轴相交与负半轴。以下结论 (1) $a>0$;

(2) $b>0$; (3) $c>0$; (4) $a+b+c=0$; (5) $abc<0$;

(6) $2a+b>0$; (7) $a+c=1$; (8) $a>1$ 中,正确结论的序号

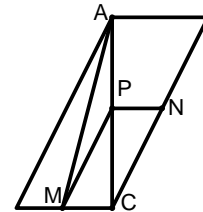
是_____.



8. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC 垂直 $BC,AC=BC=2$,动点 P

冲点 A 出发沿 AC 向终点移动,过点 P 分别作 PM 平行 AB 交

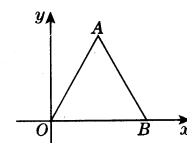
BC 与 M,PN 平行 DC 与点 N ,连接 AM ,设 $AP=x$.



(1)四边形 $PMCN$ 的形状可能是菱形吗?请说明六;

(2)当 x 为何值时,四边形 $PMCN$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积相等?

9. 如图所示, $\triangle AOB$ 为正三角形, 点 A, B 的坐标分别为 $A(2,a), B(b,0)$, 求 a, b 的值及 $\triangle AOB$ 的面积.



10. 在直径为 AB 的半圆内, 画出一块三角形区域, 使三角形的一边为 AB , 顶点 C 在半圆周上, 其他两边分别为 6 和 8. 现要建造一个内接于 $\triangle ABC$ 的矩形水池 $DEFN$, 其中, DE 在 AB 上, 如图所示的设计方案是使 $AC=8, BC=6$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高 h ;

(2) 设 $DN=x$, 当 x 取何值时, 水池 $DEFN$ 的面积最大?

(3) 实际施工时, 发现在 AB 上距 B 点 1.85 处有一棵大树. 问: 这棵大树是否位于最大矩形水池的边上? 如果在, 为保护大树, 请设计出另外的方案, 使内接于满足条件的三角形中欲建的最大矩形水池能避开大树.

