

## 五、数学建模的思想

简单的说就是把实际问题用数学语言抽象概括，从数学角度来反映或近似地反映实际问题，得出的关于实际问题的数学描述。其形式是多样的，可以是方程（组）、不等式、函数、几何图形等等。这需要考生具备阅读理解材料、获取有用信息、建立数学模型、解决实际问题的能力。

### 数学建模思想(1)

#### 一：【要点梳理】

1. 新情境应用问题有以下特点：(1) 提供的背景材料新，提出的问题新；(2) 注重考查阅读理解能力，许多中考试题中涉及的数学知识并不难，但是读懂和理解背景材料成了一道“关”；(3) 注重考查问题的转化能力。解应用题的难点是能否将实际问题转化为数学问题，这也是应用能力的核心。
- 

2. 解答应用题的主要步骤有：(1)建模，它是解答应用解题的最关键的步骤，即在阅读材料、理解题意的基础上，把实际问题的本质抽象转化为数学问题；(2)解模，即运用所学的知识和方法对数学模型进行分析、运用，解答纯数学问题，最后检验所得的解，写出实际问题的结论。其解答的基本程序可表示如上。

3. 常见的数学模型及相关问题归类如下：

建模	相关内容
方程	工程、行程、质量分数、增长率（降低率）、利息、存贷、调配、面积等
函数	方案优化、风险估算、成本最低、利润最大
不等式、统计、概率	最佳设计、租金预算、合理调配、人口、环保、投资估算
解直角三角形	测高量距、航海、气象、图形设计、土地测量、堤坝、屋架计算
线性规划初步	产品成本、销售盈亏、投资获利、城市规划、产业预估、利润分配、生产方案设计

二：【例题与练习】

1. 某商店的老板销售一种上平，要要以不低与进价 20% 的价格才能出售，但为了获得更多利润，他以高出进价 80% 的价格标价。若你想买下标价为 360 元的这种商品，最多降价（ ），商店老板才能出售（C）

- A. 80 元          B. 100 元          C. 120 元          D. 160 元

2. 在社会注意新农村建设中，某乡阵决定对一段公路进行改造。已知这项工程由甲工程队单独做需要 40 天完成；如果由乙工程队先单独做 10 天，那么剩下的工程还需要两对合作 20 天才能完成。

(1) 求乙工程队单独完成这项工程所需的天数；

(2) 求两对合作完成这项工程所需的天数。

3. 校的一间阶梯教室，第一排的座位数为 a，从第 2 排开始，每一排都比前一排增加 b 个座位。

(1) 请你在下表的空格里填写一个适当的代数式：

第排的座位数	第排的座位数	第排的座位数	第排的座位数	……
a	a+b	a+2b		……

(2) 已知第 4 排有 18 个座位，第 15 排座位是第 5 排座位数的 2 倍，求第 21 排有多少个座位？

4. 九年级（8）班在召开期末总结表彰会前，班主任安排班长李小波去商店买奖品，下面是李小波与售货员的对话：

李小波：阿姨，您好！

售货员：同学，你好，想买点什么？

李小波：我只有 100 元钱，请帮我安排 10 钢笔和 15 本笔记本。

售货员：好，每支钢笔要比笔记本贵 2 元，退你 5 元，请清点好，再见。

根据这段对话，你能算你钢笔和笔记本的单价各是多少吗？

5. 某公司为了扩大经营，决定购进 6 台机器用于生产某种活塞。现有甲、乙两种机器供选择，其中每种机器的价格和每台机器日生产活塞的数量如下表所示。经过预算，本次购买机器所耗资金不能超过 34 万元。

	甲	乙
价格(万元/台)	7	5
每台日产量(个)	100	60

(1)按该公司要求可以有几种购买方案？

(2)若该公司购进的 6 台机器的日生产能力不能低于 380 个，那么为了节约资金应选择哪种方案？

答案：(1)该公司按要求可以有以下三种购买方案：

方案一：不购买甲种机器，购买乙种机器 6 台；

方案二：购买甲种机器 1 台，购买乙种机器 5 台；

方案三：购买甲种机器 2 台，购买乙种机器 4 台；

(2) 应选择方案二。

6. 某班进行个人投篮比赛，收污损的下标

记录了在规定时间内投进  $n$  个球的人数分布情况如右表：

进球数 $n$	0	1	2	3	4	5
投进 $n$ 个球的人数	1	2	7	★	★	2

同时，已知进球数 3 个或 3 个以上的人平均每人投进 2.5 个球。问投进 3 个球和 4 个球的各有多少人？

7. 我市向少数民族地区的某县赠送一批计算机，首批 270 台将与近期启运。经与某物流公司联系，得知用 A 型汽车若干辆刚好装完；用 B 型汽车不仅可少用一辆，而且有一辆车差 30 台计算机才装满。

(1) 已知 B 型汽车比 A 型汽车每辆车可多装 15 台，求 A，B 两种型号的汽车各能装计算机多少台？

(2) 已知 A 型汽车的运费是每辆 350 元，B 型汽车的运费是每辆 400 元。若运送这批计算机同时用这两种型号的汽车，其中 B 型的汽车都要节省，按这种方案需 A，B 两种型号的汽车各多少辆？运费多少元？

8. 某家庭装饰厨房需用 480 块某品牌的同一种规格的瓷砖，装饰材料商场出售的这种瓷砖有大、小两种包装，大包装每包 50 片，价格为 30 元；小包装每包 30 片，价格为 20 元，若大、小包装均不拆开零售，那么怎样制定购买方案才能使所付费用最少？

解：根据题意，可有三种购买方案：

方案一：只买大包装，则需买包数为：；由于不拆包零卖。需买 10 包。所付费用为  $30 \times 10 = 300$  (元)

方案二：只买小包装。则需买包数为： 需买 16 包，所付费用为  $16 \times 20 = 320$  (元)

方案三：购买 9 包大包装瓷砖和 1 包小包装瓷砖时，所付费用最少。为 290 元。

9. 某公司欲招聘甲、乙、丙三个工种的工人,这三个工种每人的月工资分别为 800 元、1000 元、1500 元. 已知甲、乙两工种合计需聘 30 人,乙、丙两种工种合计需聘 20 人,且甲工种的人数不少于乙工种人数的 2 倍,丙工种人数不少于 12 人. 问甲、乙、丙三个工种各招聘多少人,可使每月所付的工资总额最少?
10. 某园林门票每张 10 元,只供一次使用,考虑到人们的不同需求,也为了吸引更多游客,该园林除保留原有的售票方法外,还推出一种“购个人年票”的售票方法(个人年票从购买之日起,可供持票者使用一年)年票分 A、B、C 三类;A 类年票每张 120 元,持票者进入园林时无需再购买门票出类年票每张 60 元,持票者进入园林时,需再购买门票,每次 2 元;B 类年票每张 440 元,持票者进入该园林时,需再购买门票,每次 3 元.
- (1) 如果你只选择一种购买门票的方式,并且你计划在一年中用 80 元花在该园林的门票上,试通过计算,找出可使进入该园林的次数最多的购票方式;
- (2) 求一年中进入该园林至少超过多少次时,购买 A 类票比较合算.

### 数学建模思想(2)

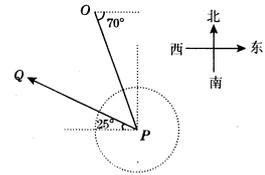
#### 二:【例题与练习】

1. 某种出租车的收费标准是:起步价 7 元(即行驶距离不超过 3 km 都需要付 7 元),超过 3 km 以后,每增加 1 km 加收 2.4 元(不足 1 km 按 1 km 计). 某人乘这种出租车从甲地到乙地共付车费 19 元,设此人从甲地到乙地经过的路程是  $x$  km,那么  $x$  的最大值是( )
- A. 11                      B. 8                      C. 7                      D. 5
2. 某通讯器材公司销售一种市场需求较大的新型通讯产品. 已知每件产品的进价为 40 元. 每年销售该种产品的总开支(不含进价)总计 120 万. 在销售过程中发现,年销售量  $y$  (万件)与销售单价  $x$  (元)之间存在着如图所示的一次函数关系.
- (1) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式;
- (2) 试写出该公司销售该种产品的年获利  $z$  (万元)关于销售单价  $x$  (元)的函数关系式(年获利=年销售额-年销售产品总进价-年总开支). 当销售单价  $x$  为何值时,年获利最大? 并求这个量的最大值,
- (3) 若公司希望该种产品一年的销售获利不低于 40 万元,借助图中函数的图象,请你帮助该公司确定销售单价的范围. 在次情况下,要使产品的销售量最大,你认为销售单价应定为多少元?
3. 某商场购金一种单价为 40 元的篮球,如果以单价 50 元出售,那么每月可售 500 个,根据销售经验,售价每提高 1 元,销售量相应减少 10 个.

(1) 假设销售单价提高  $x$  元, 那么销售每个篮球所获得的利润是\_\_\_\_\_元; 这种篮球每月的销售量是\_\_\_\_\_个 (用含  $x$  的代数式表示);

(2) 8000 元是否为每月销售这种篮球的最大利润? 如果是, 请说明理由; 如果不是, 请求出最大利润, 此时篮球的售价应顶问多少元?

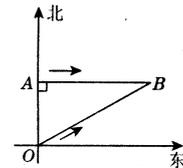
4. 如图, 在某海滨城市  $O$  附近海面有一股台风, 据监测, 当前台风中心位于该城市的东偏南  $70^\circ$  方向 200 千米的海面  $P$  处, 并以 20 千米/ 时的速度向西偏北  $25^\circ$  的  $PQ$  的方向移动, 台风侵袭范围是一个圆形区域, 当前半径为 60 千米, 且圆的半径以 10 千米/ 时速度不断扩张.



(1) 当台风中心移动 4 小时时, 受台风侵袭的圆形区域半径增大到\_\_\_\_\_千米; 又台风中心移动  $t$  小时时, 受台风侵袭的圆形区域半径增大到\_\_\_\_\_千米.

(2) 当台风中心移动到与城市  $O$  距离最近时, 这股台风是否侵袭这座海滨城市? 请说明理由 (参考数据  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ). (1)100;  $(60+10t)$ ; (2) 城市  $O$  不会受到侵袭.

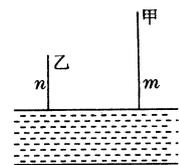
5. 如图所示, 人民海关缉私巡逻艇在东海海域执行巡逻任务时, 发现在其所处位置  $O$  点的正北方向 10 海里外的  $A$  点有一涉嫌走私船只正以 24 海里 / 时的速度向正东方向航行, 为迅速实施检查, 巡逻艇调整好航向, 以 26 海里 / 时的速度追赶, 在涉嫌船只不改变航向和航速的前提下, 问:



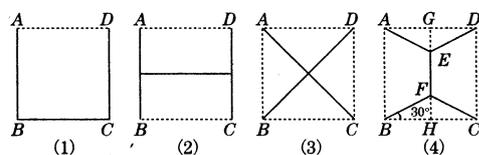
(1) 需要几小时才能追上 (点  $B$  为追上时的位置) (需要 1 小时才能追上. )

(2) 确定巡逻艇的追赶方向 (精确到  $0.1^\circ$ ). (巡逻艇的追赶方向为北偏东  $67.4^\circ$  )

6. 如图所示, 大江的一侧有甲、乙两个工厂, 它们都有垂直于江边的小路, 长度分别为  $m$  千米及  $n$  千米, 设两条小路相距 1 千米, 现在要在江边建立一个抽水站, 把水送到甲、乙两厂去, 欲使供水管路最短. 抽水站应建在哪里?



7. 国家电力总公司为了改善农村用电电费过高的现状, 目前正在全国各地农村进行电网改造. 莲花村六组有四个村庄  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  正好位于一个正方形的四个顶点. 现计划在四个村庄联合架一条线路, 他们设计了四种架设方案, 如图中的实线部分. 请你帮助计算一下, 哪种架设方案最省电线.



(图(4)线路最短, 这种方案最省电线).

