

初中数学知识点大全

1、一元一次方程根的情况

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

当 $\Delta > 0$ 时，一元二次方程有 2 个不相等的实数根；

当 $\Delta = 0$ 时，一元二次方程有 2 个相同的实数根；

当 $\Delta < 0$ 时，一元二次方程没有实数根

2、平行四边形的性质：

- ① 两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形。
- ② 平行四边形不相邻的两个顶点连成的线段叫他的对角线。
- ③ 平行四边形的对边/对角相等。
- ④ 平行四边形的对角线互相平分。

菱形：① 一组邻边相等的平行四边形是菱形

- ② 菱形的四条边相等，两条对角线互相垂直平分，每一组对角线平分一组对角。
- ③ 判定条件：定义/对角线互相垂直的平行四边形/四条边都相等的四边形。

矩形与正方形：

- ① 有一个内角是直角的平行四边形叫做矩形。
- ② 矩形的对角线相等，四个角都是直角。
- ③ 对角线相等的平行四边形是矩形。
- ④ 正方形具有平行四边形，矩形，菱形的一切性质。
- ⑤ 一组邻边相等的矩形是正方形。

多边形：

- ① N 边形的内角和等于 $(N-2) \times 180^\circ$
- ② 多边形内角的一边与另一边的反向延长线所组成的角叫做这个多边形的外角，在每个顶点处取这个多边形的一个外角，它们的和叫做这个多边形的内角和（都等于 360° ）

平均数：对于 N 个数 X_1, X_2, \dots, X_N ，我们把 $(X_1 + X_2 + \dots + X_N) / N$ 叫做这个 N 个数的算术平均数，记为 \bar{X}

加权平均数：一组数据里各个数据的重要程度未必相同，因而，在计算这组数据的平均数时往往给每个数据加一个权，这就是加权平均数。

二、基本定理

- 1、过两点有且只有一条直线
- 2、两点之间线段最短
- 3、同角或等角的补角相等
- 4、同角或等角的余角相等
- 5、过一点有且只有一条直线和已知直线垂直
- 6、直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短
- 7、平行公理 经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行
- 8、如果两条直线都和第三条直线平行，这两条直线也互相平行
- 9、同位角相等，两直线平行
- 10、内错角相等，两直线平行
- 11、同旁内角互补，两直线平行
- 12、两直线平行，同位角相等
- 13、两直线平行，内错角相等
- 14、两直线平行，同旁内角互补
- 15、定理 三角形两边的和大于第三边
- 16、推论 三角形两边的差小于第三边
- 17、三角形内角和定理 三角形三个内角的和等于 180°
- 18、推论 1 直角三角形的两个锐角互余
- 19、推论 2 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和
- 20、推论 3 三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角
- 21、全等三角形的对应边、对应角相等
- 22、边角边公理(SAS) 有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等
- 23、角边角公理(ASA) 有两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等
- 24、推论(AAS) 有两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等

- 25、边边边公理(SSS) 有三边对应相等的两个三角形全等
- 26、斜边、直角边公理(HL) 有斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等
- 27、定理 1 在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等
- 28、定理 2 到一个角的两边的距离相同的点, 在这个角的平分线上
- 29、角的平分线是到角的两边距离相等的所有点的集合
- 30、等腰三角形的性质定理 等腰三角形的两个底角相等 (即等边对等角)
- 31、推论 1 等腰三角形顶角的平分线平分底边并且垂直于底边
- 32、等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线和底边上的高互相重合
- 33、推论 3 等边三角形的各角都相等, 并且每一个角都等于 60°
- 34、等腰三角形的判定定理 如果一个三角形有两个角相等, 那么这两个角所对的边也相等 (等角对等边)
- 35、推论 1 三个角都相等的三角形是等边三角形
- 36、推论 2 有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形
- 37、在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° 那么它所对的直角边等于斜边的一半
- 38、直角三角形斜边上的中线等于斜边上的一半
- 39、定理 线段垂直平分线上的点和这条线段两个端点的距离相等
- 40、逆定理 和一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上
- 41、线段的垂直平分线可看作和线段两端点距离相等的所有点的集合
- 42、定理 1 关于某条直线对称的两个图形是全等形
- 43、定理 2 如果两个图形关于某直线对称, 那么对称轴是对应点连线的垂直平分线
- 44、定理 3 两个图形关于某直线对称, 如果它们的对应线段或延长线相交, 那么交点在对称轴上
- 45、逆定理 如果两个图形的对应点连线被同一条直线垂直平分, 那么这两个图形关于这条直线对称
- 46、勾股定理 直角三角形两直角边 a 、 b 的平方和、等于斜边 c 的平方, 即 $a^2+b^2=c^2$
- 47、勾股定理的逆定理 如果三角形的三边长 a 、 b 、 c 有关系 $a^2+b^2=c^2$, 那么这个三角形是直角三角形
- 48、定理 四边形的内角和等于 360°
- 49、四边形的外角和等于 360°
- 50、多边形内角和定理 n 边形的内角的和等于 $(n-2) \times 180^\circ$

- 51、推论 任意多边的外角和等于 360°
- 52、平行四边形性质定理 1 平行四边形的对角相等
- 53、平行四边形性质定理 2 平行四边形的对边相等
- 54、推论 夹在两条平行线间的平行线段相等
- 55、平行四边形性质定理 3 平行四边形的对角线互相平分
- 56、平行四边形判定定理 1 两组对角分别相等的四边形是平行四边形
- 57、平行四边形判定定理 2 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- 58、平行四边形判定定理 3 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- 59、平行四边形判定定理 4 一组对边平行相等的四边形是平行四边形
- 60、矩形性质定理 1 矩形的四个角都是直角
- 61、矩形性质定理 2 矩形的对角线相等
- 62、矩形判定定理 1 有三个角是直角的四边形是矩形
- 63、矩形判定定理 2 对角线相等的平行四边形是矩形
- 64、菱形性质定理 1 菱形的四条边都相等
- 65、菱形性质定理 2 菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角
- 66、菱形面积=对角线乘积的一半，即 $S = (a \times b) \div 2$
- 67、菱形判定定理 1 四边都相等的四边形是菱形
- 68、菱形判定定理 2 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- 69、正方形性质定理 1 正方形的四个角都是直角，四条边都相等
- 70、正方形性质定理 2 正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分，每条对角线平分一组对角
- 71、定理 1 关于中心对称的两个图形是全等的
- 72、定理 2 关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过对称中心，并且被对称中心平分
- 73、逆定理 如果两个图形的对应点连线都经过某一点，并且被这一点平分，那么这两个图形关于这一点对称
- 74、等腰梯形性质定理 等腰梯形在同一底上的两个角相等
- 75、等腰梯形的两条对角线相等
- 76、等腰梯形判定定理 在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形
- 77、对角线相等的梯形是等腰梯形
- 78、平行线等分线段定理 如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等，那么在其他直

线上截得的线段也相等

79、推论 1 经过梯形一腰的中点与底平行的直线，必平分另一腰

80、推论 2 经过三角形一边的中点与另一边平行的直线，必平分第三边

81、三角形中位线定理 三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半

82、梯形中位线定理 梯形的中位线平行于两底，并且等于两底和的一半 $L = (a+b) \div 2$
 $S = L \times h$

83、(1)比例的基本性质：

如果 $a:b=c:d$,那么 $ad=bc$

如果 $ad=bc$,那么 $a:b=c:d$

84、(2)合比性质：

如果 $a/b=c/d$,那么 $(a \pm b)/b=(c \pm d)/d$

85、(3)等比性质：

如果 $a/b=c/d=\dots=m/n(b+d+\dots+n \neq 0)$,

那么 $(a+c+\dots+m)/(b+d+\dots+n)=a/b$

86、平行线分线段成比例定理 三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例

87、推论 平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例

88、定理 如果一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边

89、平行于三角形的一边，并且和其他两边相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形三边对应成比例

90、定理 平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三角形与原三角形相似

91、相似三角形判定定理 1 两角对应相等，两三角形相似（ASA）

92、直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形相似

93、判定定理 2 两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似（SAS）

94、判定定理 3 三边对应成比例，两三角形相似（SSS）

95、定理 如果一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似

96、性质定理 1 相似三角形对应高的比，对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似

比

97、性质定理 2 相似三角形周长的比等于相似比

98、性质定理 3 相似三角形面积的比等于相似比的平方

99、任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值

100、任意锐角的正切值等于它的余角的余切值，任意锐角的余切值等于它的余角的正切值

101、圆是定点的距离等于定长的点的集合

102、圆的内部可以看作是圆心的距离小于半径的点的集合

103、圆的外部可以看作是圆心的距离大于半径的点的集合

104、同圆或等圆的半径相等

105、到定点的距离等于定长的点的轨迹，是以定点为圆心，定长为半径的圆

106、和已知线段两个端点的距离相等的点的轨迹，是这条线段的垂直平分线

107、到已知角的两边距离相等的点的轨迹，是这个角的平分线

108、到两条平行线距离相等的点的轨迹，是和这两条平行线平行且距离相等的一条直线

109、定理 不在同一直线上的三点确定一个圆。

110、垂径定理 垂直于弦的直径平分这条弦并且平分弦所对的两条弧

111、推论 1

①平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧

②弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧

③平分弦所对的一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧

112、推论 2 圆的两条平行弦所夹的弧相等

113、圆是以圆心为对称中心的中心对称图形

114、定理 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等

115、推论 在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两弦的弦心距中有一组量相等那么它们所对应的其余各组量都相等

116、定理 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半

117、推论 1 同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧也相等

118、推论 2 半圆（或直径）所对的圆周角是直角； 90° 的圆周角所对的弦是直径

- 119、推论 3 如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形
- 120、定理 圆的内接四边形的对角互补，并且任何一个外角都等于它的内对角
- 121、①直线 L 和 $\odot O$ 相交 $d < r$
②直线 L 和 $\odot O$ 相切 $d = r$
③直线 L 和 $\odot O$ 相离 $d > r$
- 122、切线的判定定理 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线
- 123、切线的性质定理 圆的切线垂直于经过切点的半径
- 124、推论 1 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点
- 125、推论 2 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心
- 126、切线长定理 从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角
- 127、圆的外切四边形的两组对边的和相等
- 128、弦切角定理 弦切角等于它所夹的弧对的圆周角
- 129、推论 如果两个弦切角所夹的弧相等，那么这两个弦切角也相等
- 130、相交弦定理 圆内的两条相交弦，被交点分成的两条线段长的积相等
- 131、推论 如果弦与直径垂直相交，那么弦的一半是它分直径所成的两条线段的比例中项
- 132、切割线定理 从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项
- 133、推论 从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等
- 134、如果两个圆相切，那么切点一定在连心线上
- 135、①两圆外离 $d > R + r$
②两圆外切 $d = R + r$
③两圆相交 $R - r < d < R + r (R > r)$
④两圆内切 $d = R - r (R > r)$
⑤两圆内含 $d < R - r (R > r)$
- 136、定理 相交两圆的连心线垂直平分两圆的公共弦
- 137、定理 把圆分成 $n (n \geq 3)$:
- (1)依次连结各分点所得的多边形是这个圆的内接正 n 边形
- (2)经过各分点作圆的切线，以相邻切线的交点为顶点的多边形是这个圆的外切正 n 边形

形

138、定理 任何正多边形都有一个外接圆和一个内切圆，这两个圆是同心圆

139、正 n 边形的每个内角都等于 $(n-2) \times 180^\circ / n$

140、定理 正 n 边形的半径和边心距把正 n 边形分成 $2n$ 个全等的直角三角形

141、正 n 边形的面积 $S_n = p \cdot r_n / 2$ p 表示正 n 边形的周长

142、正三角形面积 $\sqrt{3}a / 4$ a 表示边长

143、如果在一个顶点周围有 k 个正 n 边形的角，由于这些角的和应为 360° ，因此 $k \times (n-2)180^\circ / n = 360^\circ$ 化为 $(n-2)(k-2) = 4$

144、弧长计算公式： $L = n \pi R / 180$

145、扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} = n \pi R^2 / 360 = LR / 2$

146、内公切线长 $= d - (R - r)$ 外公切线长 $= d - (R + r)$

三、常用数学公式

公式分类

公式表达式

乘法与因式分解

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

一元二次方程的解

$$-b + \sqrt{(b^2 - 4ac)} / 2a$$

$$-b - \sqrt{(b^2 - 4ac)} / 2a$$

根与系数的关系

$$X_1 + X_2 = -b/a$$

$$X_1 \cdot X_2 = c/a$$

注：韦达定理

某些数列前 n 项和

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + \dots + n = n(n+1)/2 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + \dots + (2n) = n(n+1) \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + \dots + n^3 = n^2(n+1)^2/4 \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + \dots + n(n+1) = n(n+1)(n+2)/3$$

正弦定理 $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$

注：其中 R 表示三角形的外接圆半径

余弦定理 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

注：角 B 是边 a 和边 c 的夹角

初中几何常见辅助线作法歌诀汇编

图中有角平分线，可向两边作垂线。
也可将图对折看，对称以后关系现。
角平分线平行线，等腰三角形来添。
角平分线加垂线，三线合一试试看。
线段垂直平分线，常向两端把线连。
要证线段倍与半，延长缩短可试验。
三角形中两中点，连接则成中位线。
三角形中有中线，延长中线等中线。
平行四边形出现，对称中心等分点。
梯形里面作高线，平移一腰试试看。
平行移动对角线，补成三角形常见。
证相似，比线段，添线平行成习惯。
等积式子比例换，寻找线段很关键。
直接证明有困难，等量代换少麻烦。
斜边上面作高线，比例中项一大片。
半径与弦长计算，弦心距来中间站。
圆上若有一切线，切点圆心半径连。
切线长度的计算，勾股定理最方便。
要想证明是切线，半径垂线仔细辨。
是直径，成半圆，想成直角径连弦。
弧有 midpoint 圆心连，垂径定理要记全。
圆周角边两条弦，直径和弦端点连。
弦切角边切线弦，同弧对角等找完。
要想作个外接圆，各边作出中垂线。
还要作个内接圆，内角平分线梦圆。
如果遇到相交圆，不要忘作公共弦。
内外相切的两圆，经过切点公切线。
若是添上连心线，切点肯定在上面。
要作等角添个圆，证明题目少困难。
辅助线，是虚线，画图注意勿改变。
假如图形较分散，对称旋转去实验。
基本作图很关键，平时掌握要熟练。

