

金山区 2012 年初三中考模拟考试 数 学 试 卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2012 年 4 月

一、选择题 (共 6 道小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. $-\frac{1}{4}$ 的绝对值等于..... ()
(A) 4 (B) -4 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$
2. 下列计算正确的是..... ()
(A) $a^2 \cdot a^4 = a^8$ (B) $a^2 + a^2 = a^4$;
(C) $(2a)^2 = 2a^2$; (D) $a^6 \div a^3 = a^3$.
3. 二次函数 $y = -(x-1)^2 + 2$ 图象的顶点坐标是..... ()
(A) (1, 2) (B) (-1, 2) (C) (-1, -2) (D) (1, -2)
4. 众志成城, 抗震救灾. 某小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱支援灾区, 他们捐款的数额分别是 (单位: 元): 50, 20, 50, 30, 50, 30, 120. 这组数据的众数和中位数分别是..... ()
(A) 120, 50 (B) 50, 20 (C) 50, 30 (D) 50, 50
5. 若一个多边形的内角和等于 900° , 则这个多边形的边数是..... ()
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
6. 在下列命题中, 真命题是..... ()
(A) 两条对角线相等的四边形是矩形
(B) 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
(C) 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形
(D) 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

二、填空题 (共 12 道小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. 在函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.
8. 分解因式: $x^2 - xy =$ _____.
9. 如果线段 $AB=4\text{cm}$, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 那么较长的线段 $BP=$ _____cm.
10. 方程 $\sqrt{2-x} = x$ 的根是_____.
11. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases}$ 的整数解为_____.

12. 如果方程 $kx^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不等实数根, 则实数 k 的取值范围是_____.

13. 点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$ 是双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 _____ y_2

(填 “=”、“>”、“<”).

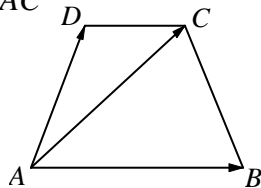
14. 有三张大小、形状完全相同的卡片, 卡片上分别写有数字 1、2、3, 从这三张卡片中随机同时抽取两张, 用抽出的卡片上的数字组成两位数, 这个两位数是偶数的概率是_____.

15. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 请用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示向量 $\overrightarrow{AC} =$ _____.

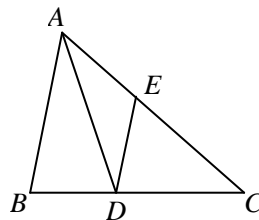
16. 已知两圆的圆心距为 4, 其中一个圆的半径长为 3, 那么当两圆内切时, 另一圆的半径为_____.

17. 如图, 已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E , 如果 $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, 那么

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\quad}{\quad}.$$



第15题图



第17题图

18. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, $AC = 3$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 旋转后点 A 落在直线 BC 上的点 A' , 点 C 落在点 C' 处, 那么 $\tan \angle AA'C$ 的值是_____.

三、解答题 (共 7 道小题, 共 78 分)

19. (本题满分 10 分) 计算: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

20. (本题满分 10 分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$

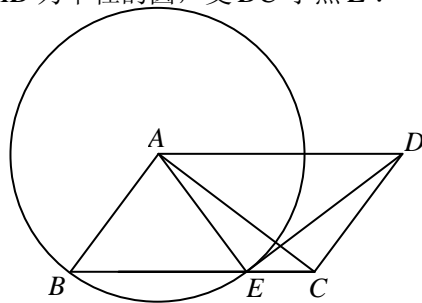
21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2) 小题满分 6 分)

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 以点 A 为圆心, AB 为半径的圆, 交 BC 于点 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAD$;

(2) 如果 $AB \perp AC$, $AB = 6$, $\cos \angle B = \frac{3}{5}$,

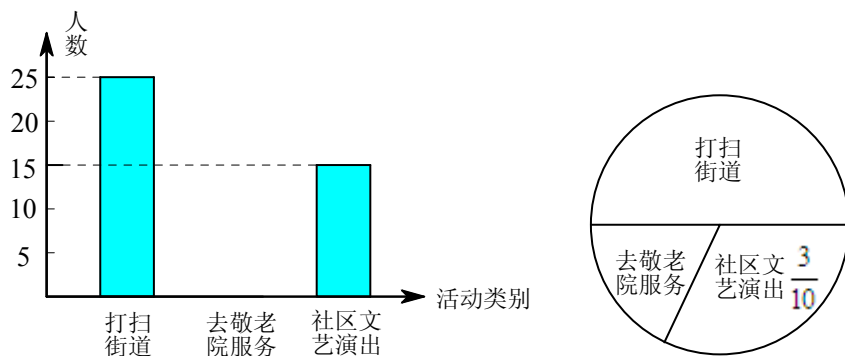
求 EC 的长.



22. (本题满分 10 分, 第 (1) (2) 小题满分各 3 分, 第 (3) 小题满分 4 分)

今年3月5日，光明中学组织全体学生参加了“走出校门，服务社会”的活动，活动分为打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出三项。从九年级参加活动的同学中抽取了部分同学对打扫街道、去敬老院服务和到社区文艺演出的人数进行了统计，并做了如下直方图和扇形统计图。请根据两个图形，回答以下问题：

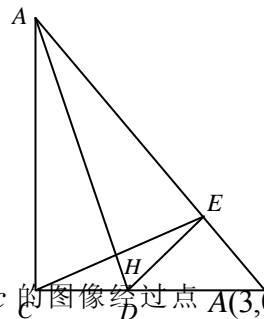
- (1) 抽取的部分同学的人数？
- (2) 补全直方图的空缺部分。
- (3) 若九年级有400名学生，估计该年级去敬老院的人数。



23. (本题满分12分，每小题满分各6分)

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于 D ， $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，连结 CE ，交 AD 于点 H 。

- (1) 求证： $AD \perp CE$ ；
- (2) 如过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F ，连结 CF ，猜想四边形 $CDEF$ 是什么图形？并证明你的猜想。

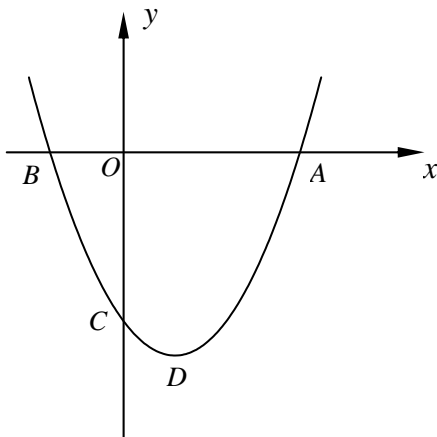


24. (本题满分12分，每小题满分各4分)

如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(3,0)$ ，

$B(-1,0)$ ， $C(0,-3)$ ，顶点为 D 。

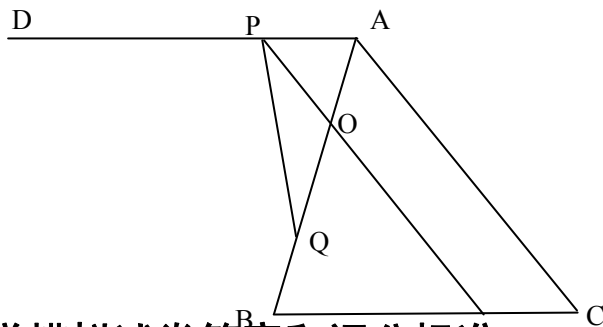
- (1) 求这个二次函数的解析式及顶点坐标；
- (2) 在 y 轴上找一点 P （点 P 与点 C 不重合），使得 $\angle APD = 90^\circ$ ，求点 P 坐标；
- (3) 在(2)的条件下，将 $\triangle APD$ 沿直线 AD 翻折，得到 $\triangle AQD$ ，求点 Q 坐标。



25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2)、(3) 小题满分各 5 分)

如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 5$, $AC = 6$, 过点 A 作 $AD \parallel BC$, 点 P 、 Q 分别是射线 AD 、线段 BA 上的动点, 且 $AP = BQ$, 过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交线段 AQ 于点 O , 连接 PQ , 设 $\triangle POQ$ 面积为 y , $AP = x$.

- (1) 用 x 的代数式表示 PO ;
- (2) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 连接 QE , 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 求 AP 的长.



2011 学年度初三数学模拟试卷答案和评分标准

一、选择题 (共 6 道小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. C; 2. D; 3. A; 4. D; 5. B; 6. C

二、填空题 (共 12 道小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. $x \geq 2$; 8. $x(x-y)$; 9. $2\sqrt{5}-2$; 10. $x=1$
 11. $-1, 0, 1$; 12. $k < 1$ 且 $k \neq 0$; 13. $<$; 14. $\frac{1}{3}$
 15. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; 16. 7; 17. $\frac{2}{3}$; 18. 3 或 $\frac{1}{3}$

三、解答题 (共 7 道小题, 共 78 分)

19. (本题满分 10 分)

$$\text{解: } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - 3 \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= 0. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

20. (本题满分 10 分)

解: $x(x+2)-8=x-2$ 3 分

$$x^2+x-6=0 \text{1 分}$$

$$(x+3)(x-2)=0 \text{2 分}$$

$$x_1 = -3, x_2 = 2 \text{2 分}$$

经检验: $x_1 = -3$ 是原方程的根, $x_2 = 2$ 是增根.....1 分

∴原方程的根是 $x = -3$ 。.....1 分

21. (本题满分 10 分)

解: (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AD=BC, AD \parallel BC \text{1 分}$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EAD$$

∵ AB 与 AE 为圆的半径

$$\therefore AB=AE \text{1 分}$$

$$\therefore \angle AEB = \angle B$$

$$\therefore \angle B = \angle EAD \text{1 分}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EAD \text{1 分}$$

$$(2) \because AB \perp AC \quad \therefore \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \text{在直角三角形} \triangle ABC \text{ 中, } \cos \angle B = \frac{AB}{BC} \text{1 分}$$

$$\because \cos \angle B = \frac{3}{5}, AB=6 \quad \therefore BC=10 \text{1 分}$$

过圆心 A 作 $AH \perp BC$, H 为垂足

$$\therefore BH=HE \text{1 分}$$

$$\therefore \text{在直角三角形} \triangle ABH \text{ 中, } \cos \angle B = \frac{BH}{AB}$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{BH}{6} \quad \therefore BH = \frac{18}{5} \text{2 分}$$

$$\therefore BE = \frac{36}{5} \quad \therefore EC = \frac{14}{5} \text{1 分}$$

22. (本题满分 10 分)

解: (1) 503 分

(2) 补全直方图的空缺部分。.....3 分

(3) 估计该年级去敬老院的人数是 80 名学生。.....4 分

23. (本小题满分 12 分)

证明: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于 D , $DE \perp AB$

\therefore 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle EAD \\ AD = AD \\ \angle ACD = \angle AED \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore AC = AE \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore AD \perp CE \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 四边形 $CDEF$ 是菱形。 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

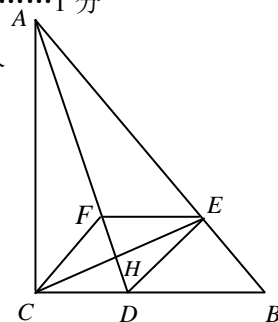
$\because AC = AE, AD \perp CE$

$\therefore CH = HE \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\because EF \parallel BC, \therefore \frac{EH}{CH} = \frac{FH}{HD}$

$\therefore FH = HD \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

\therefore 四边形 $CDEF$ 是菱形。 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$



24. (本题满分 12 分)

解: (1) 由题意, 得

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ a - b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

所以这个二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

顶点 D 的坐标为 $(1, -4) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 解法一: 设 $P(0, m)$

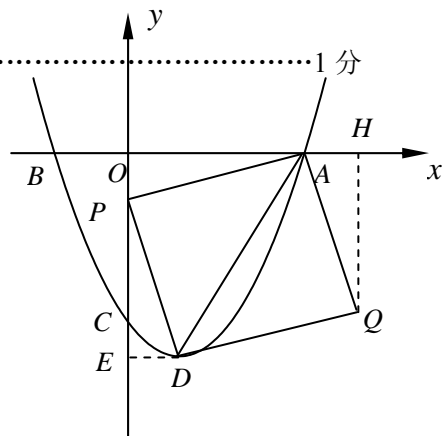
由题意, 得 $PA = \sqrt{9 + m^2}$, $PD = \sqrt{1 + (m + 4)^2}$, $AD = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\because \angle APD=90^\circ, \therefore PA^2 + PD^2 = AD^2$$

$$\left(\sqrt{9+m^2}\right)^2 + \left(\sqrt{1+(m+4)^2}\right)^2 = (2\sqrt{5})^2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } m_1 = -1, m_2 = -3 \text{ (不合题意, 舍去)} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore P(0, -1) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



解法二:

如图, 作 $DE \perp y$ 轴, 垂足为点 E ,

则由题意, 得 $DE=1, OE=4 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

由 $\angle APD=90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle DPE=90^\circ$,

由 $\angle AOP=90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle OAP=90^\circ$,

$$\therefore \angle OAP = \angle EPD$$

又 $\angle AOP = \angle OED=90^\circ$,

$$\therefore \triangle OAP \sim \triangle EPD$$

$$\therefore \frac{OA}{PE} = \frac{OP}{ED} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

设 $OP = m, PE = 4 - m$

$$\text{则 } \frac{3}{m} = \frac{4-m}{1}, \text{ 解得 } m_1 = 1, m_2 = 3 \text{ (不合题意, 舍去)} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore P(0, -1) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 解法一:

如图, 作 $QH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 易得 $OA = AQ = PD = QD = \sqrt{10}, \angle PAQ=90^\circ$,

\therefore 四边形 $APDQ$ 为正方形, $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

由 $\angle QAP=90^\circ$, 得 $\angle HAQ + \angle OAP=90^\circ$, 由 $\angle AOP=90^\circ$, 得 $\angle APO + \angle OAP=90^\circ$,

$$\therefore \angle OPA = \angle HAQ, \quad \text{又 } \angle AOP = \angle AHQ=90^\circ, PA=QA$$

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle AHQ$, $\therefore AH=OP=1$, $QH=OA=3$2 分

$\therefore Q(4, -3)$1 分

解法二:

设 $Q(m, n)$1 分

则 $QA = \sqrt{(m-3)^2 + n^2} = \sqrt{10}$, $QD = \sqrt{(m-1)^2 + (n+4)^2} = \sqrt{10}$ 1 分

解得 $\begin{cases} m_1 = 4 \\ n_1 = -3 \end{cases}$, $\begin{cases} m_2 = 0 \\ n_2 = -1 \end{cases}$ (不合题意, 舍去)1 分

$\therefore Q(4, -3)$1 分

25. (本题满分 14 分)

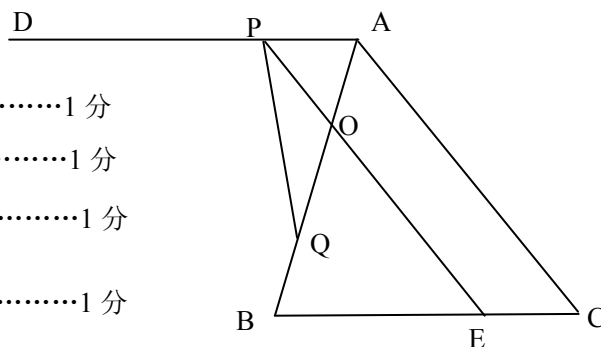
解: (1) $\because AD \parallel BC$, $PE \parallel AC$

\therefore 四边形 $APEC$ 是平行四边形.....1 分

$\therefore AC=PE=6$, $AP=EC=x$1 分

$\frac{PA}{BE} = \frac{PO}{OE}$, $\frac{5}{5-x} = \frac{PO}{6-PO}$1 分

可得 $PO = \frac{6}{5}x$1 分



(2) $\because AB=BC=5$, $\therefore \angle BAC = \angle BCA$

又 $\angle APE = \angle BCA$, $\angle AOP = \angle BCA$,

$\therefore \angle APE = \angle AOP$, $\therefore AP=AO=x$

\therefore 当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时, $OQ = 5 - 2x$;1 分

作 $BF \perp AC$, $QH \perp PE$, 垂足分别为点 F 、 H ,

则易得 $AF=CF=3$, $AB=5$, $BF=4$

由 $\angle OHQ = \angle AFB = 90^\circ$, $\angle QOH = \angle BAF$

得 $\triangle OHQ \sim \triangle AFB$

$\therefore \frac{QH}{BF} = \frac{OQ}{AB}$, $\therefore \frac{QH}{4} = \frac{5-2x}{5}$, $\therefore QH = \frac{4(5-2x)}{5} = -\frac{8}{5}x + 4$2 分

$y = -\frac{24}{25}x^2 + \frac{12}{5}x$1 分

所以 y 与 x 的函数关系式是

$$y = -\frac{24}{25}x^2 + \frac{12}{5}x \quad (0 < x < \frac{5}{2}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 解法一:

当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时

由 $AP=BQ=x$, $AQ=BE=5-x$, $\angle PAQ=\angle QBE$

可得 $\triangle PAQ \cong \triangle QBE$, 于是 $PQ=QE$ 1 分

由于 $\angle QPO=\angle EPQ$,

所以若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 只有 $\triangle PQE \sim \triangle POQ$

可得 $OP=OQ$ 1 分

于是得 $\frac{6}{5}x = 5 - 2x$, 解得 $x = \frac{25}{16}$ 2 分

同理当 $\frac{5}{2} < x < 5$, 可得 $x = \frac{25}{4}$ (不合题意, 舍去)1 分

所以, 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, AP 的长为 $\frac{25}{16}$ 。

解法二: 当 $0 < x < \frac{5}{2}$ 时,

可得 $OH = 3 - \frac{6}{5}x$, 于是得 $PH = 3$, $QH = 4 - \frac{8}{5}x$

$$PQ = \sqrt{3^2 + \left(4 - \frac{8}{5}x\right)^2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

由于 $\angle QPO=\angle EPQ$,

所以若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, 只有 $\triangle PQE \sim \triangle POQ$

$$PQ^2 = PO \cdot PE \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$3^2 + \left(4 - \frac{8}{5}x\right)^2 = \frac{6}{5}x \times 6$$

解得 $x_1 = \frac{25}{16}$, $x_2 = \frac{25}{4}$ (不合题意, 舍去)2 分

所以, 若 $\triangle PQE$ 与 $\triangle POQ$ 相似, AP 的长为 $\frac{25}{16}$ 。1 分

