

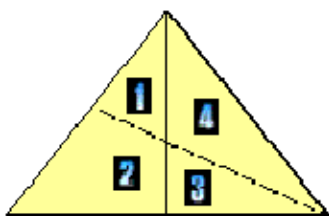
## 三年级奥数教材第六讲之数图形

### 第六讲 数图形

采用鲜艳的颜色，从最简单的视觉角度入手，用心理学的方法让你对数图形感兴趣，并爱上它。

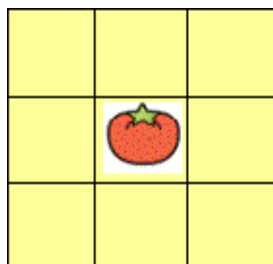
知识要点：同学们，在数图形时，一定要按顺序仔细数，如果给图形编个号，这样数起来就更方便，不会重复，也不会遗漏。

{例 1} 数一数图中共有几个三角形？



这样想：数之前，先将每个图形编号，编好后，先数单个三角形 1、4、3 号，共 3 个。再数两个图形合成的三角形，1+2 号，2+3 号，3+4 号，4+1 号，按顺序两个两个合并，共 4 个三角形。最后数由 1+2+3+4 号组成的大三角形，有 1 个。所以  $3+4+1=8$ ，共 8 个三角形。

{例 2} 数一数图中有西红柿的正方形有几个？



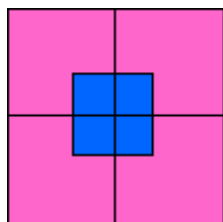
这样想：先数单个正方形，有西红柿的正方形有 1 个。再数四个正方形合成的大正方形，有西红柿的大正方形有 4 个。最后数由 9 个小正方形组成的大正方形，有 1 个。所以  $1+4+1=6$ ，有西红柿的正方形共 6 个。

{例 3} 数一数图中共有几个正方形？



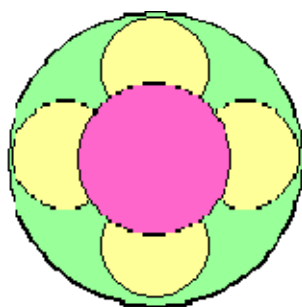
这样想：先数单个正方形 1、2、3、4、5、6 号，共 6 个。再数四个正方形合成的大正方形，1+2+4+5 号，2+3+5+6 号，按顺序四个四个合并，共 2 个正方形。所以  $6+2=8$ ，共 8 个正方形。

{例 4} 数一数图中共有几个正方形？



这样想：先数小正方形，共 4 个。再数稍大的正方形，共 5 个。最后数大正方形，有 1 个。 $4+5+1=10$ ，所以图中共有 10 个正方形。

{例 5} 数一数图中共有几个圆形？

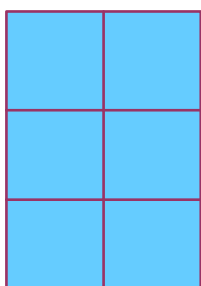


这样想：先数小圆，共 5 个。再数大圆有 1 个。图中共有 6 个圆。



## 数图形

晚饭过后，妈妈给小小出了一道“试眼力”的题目：数数窗户上一共有多少个正方形。小小一看，立即回答：“窗户上一共有 6 个正方形。”妈妈笑了，爸爸在一旁也笑了，小小给弄了个“丈二和尚摸不着头脑”。小朋友，你知道小小的爸爸妈妈为什么笑吗？小小数得难道不对吗？如果不对，那么窗户上究竟有几个正方形呢？下面我们就一起来研究数图形的问题。



## 典型例题

**例【6】** 下图有多少条线段？



**分析** 我们把图中的线段 AB、BC、CD、DE 看作是基本线段，

那么：由 1 条基本线段构成的线段有 AB、BC、CD、DE 4 条；

由 2 条基本线段构成的线段有 AC、BD、CE 3 条；

由 3 条基本线段构成的线段有 AD、BE 2 条；

由 4 条基本线段构成的线段有 AE 1 条。

另外，我们还可以从线段的两个端点出发去数：

以 A 为左端点的线段有 AB、AC、AD、AE 4 条；

以 B 为左端点的线段有 BC、BD、BE 3 条；

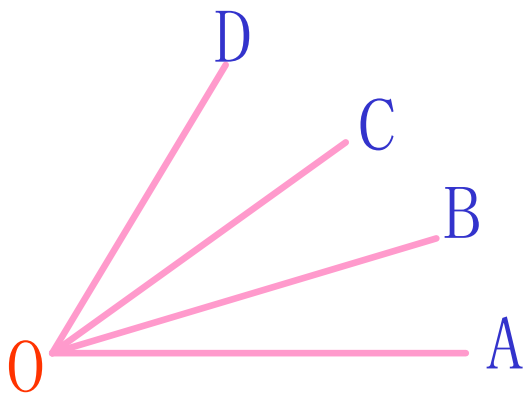
以 C 为左端点的线段有 CD、CE 2 条；

以 D 为左端点的线段有 DE 1 条。

**解**  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ （条）

所以图中有 10 条线段。

**例【7】** 下面图形中有几个角？



**分析** 我们把图中的  $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$  看作基本角，那么：

由 1 个基本角构成的角有  $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$  3 个；

由 2 个基本角构成的角有  $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$  2 个；

由 3 个基本角构成的角有  $\angle AOD$  1 个。

我们也可以从角的两条边出发来数：

以 OA 为一边的角有  $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle AOD$  3 个；

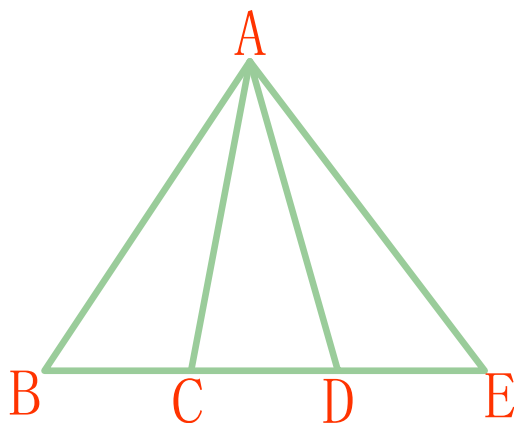
以 OB 为一边的角有  $\angle BOC$ 、 $\angle BOD$  2 个；

以 OC 为一边的角有  $\angle COD$  1 个。

**解**  $3 + 2 + 1 = 6$  (个)

所以图中有 6 个角。

**例【8】** 下图中共有多少个三角形？



**分析** 我们把图中  $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ADE$  看作基本三角形，那么：

由 1 个基本三角形构成的三角形有  $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ADE$ ；

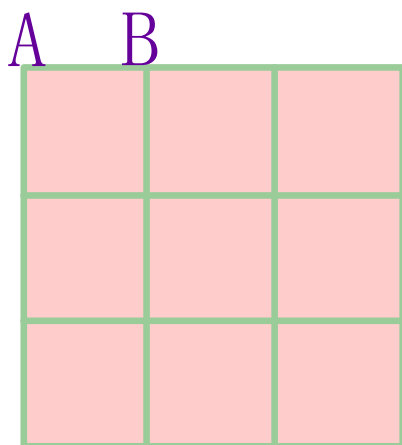
由 2 个基本三角形构成的三角形有  $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ ；

由 3 个基本三角形构成的三角形有  $\triangle ABE$ 。

**解**  $3 + 2 + 1 = 6$  (个)

所以图中有 6 个三角形。

**例【9】** 下图有多少个正方形？



**分析** 我们把最短的一条线段如 AB 看作基本线段，那么：

边长为 1 条基本线段的正方形有 9 个；

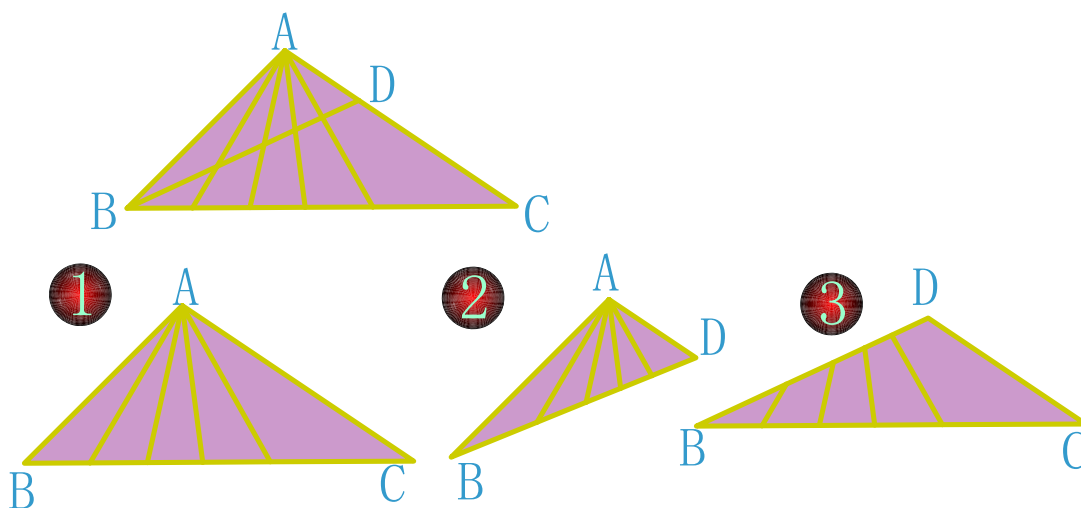
边长为 2 条基本线段的正方形有 4 个；

边长为 3 条基本线段的正方形有 1 个。

**解**  $9 + 4 + 1 = 14$  (个)

所以图中共有 14 个正方形。

**例【10】** 数一数图中共有多少个三角形？



**分析** 我们可以将图形分成上面三个部分来数：

在图 1 中，一共有  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  (个) 三角形；

在图 2 中，一共有  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ （个）三角形；

在图 3 中，一共有 5 个三角形。

**解**  $15 + 15 + 5 = 35$ （个）

所以图中一共有 35 个三角形。



**小结** 要想正确数出图形的个数，关键是从基本图形入手：

- (1) 弄清楚图形中包含的基本图形是什么，有多少个。
- (2) 从各图形中所包含基本图形的个数多少出发，依次数出它们的个数，并求出它们的和是多少。
- (3) 有些图形被分成几个部分，可以先从各部分的基本图形出发，数出所含图形的个数，再求各部分的总和。

### 课后练习：

数出某种图形的个数是一类有趣的图形问题。数图形虽然很简单，但重复计数和遗漏是经常出现的错误，在细心的同时还要掌握一定的方法和技巧。几何中的计数问题包括：数线段、数角、数长方形、数正方形、数三角形、数综合图形等。通过这一讲的学习，可以帮助我们养成按照一定顺序去观察、去思考问题的良好习惯，同时提高我们通过观察、思考去探寻事物规律的能力。要想有条理、不重复、不遗漏地数出所要图形的个数，最常用的方法就是分类数。

#### 一、数线段

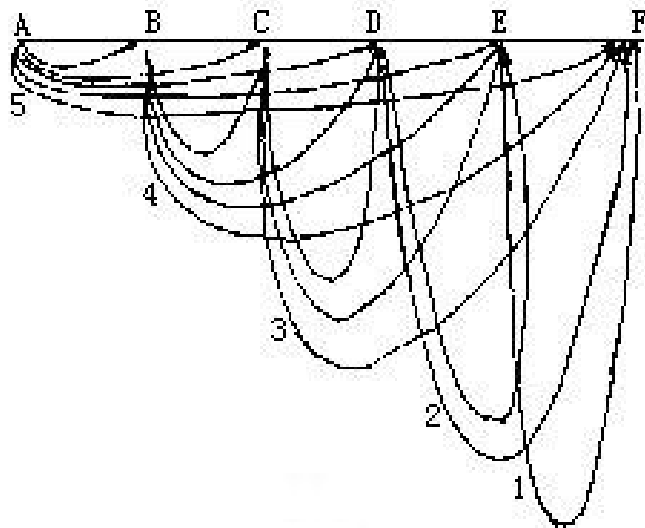
我们把直线上两点间的部分称为线段，这两个点称为线段的端点。

线段是组成三角形、正方形、长方形、多边形等最基本的元素。因此，观察图形中的线段，探寻线段与线段之间、线段与其他图形之间的联系，对于了解图形、分析图形是很重要的。

例 1、数一数，图中有多少条线段？



分析与解：如果我们按照一定的顺序从左往右数，就会发现：



以 A 点为共同端点的  
线段有：

AB AC AD AE AF 5 条；

以 B 点为共同端点的  
线段有：BC BD BE BF 4

条；

以 C 点为共同左端点的线段有：CD CE CF 3 条；

以 D 点为共同左端点的线段有：DE DF 2 条；

以 E 点为共同左端点的线段有：EF 1 条；

总数为：5+4+3+2+1=15 条。

用图示法表示更为直观明了，如右图。



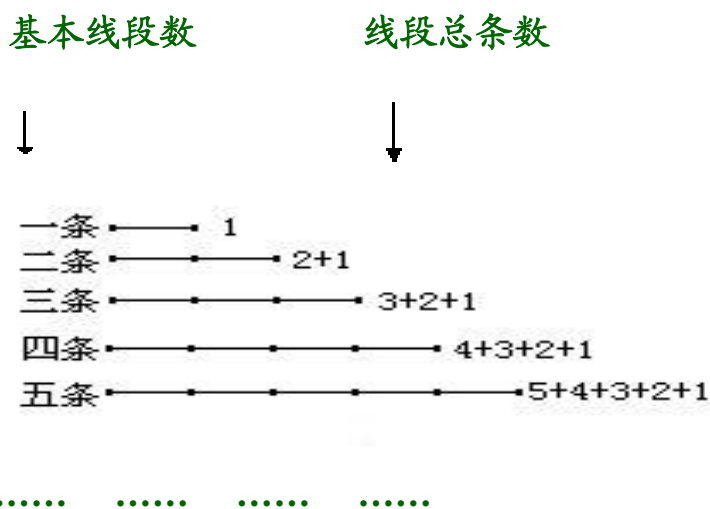
想一想：①由例 1 可知，  
一条线段 AF 上有六个点，就  
有：总数=5+4+3+2+1 条线段。  
由此猜想如下规律（见右图）：



.....

还可以一直找下去，并且通过实际去按顺序数，经过验证后，能  
从中得出这样一个结论：当一个图形中包含的所有线段都在同一条直  
线上时，线段总条数是从 1 开始的一串连续自然数之和，其中最大的  
自然数比图形中的总端点数少 1。

②如果我们把相邻两点间的线段叫做基本线段，那么线段的总条  
数也是从 1 开始的一串连续自然数之和，其中最大的自然数等于基本  
线段的条数（见下图）。

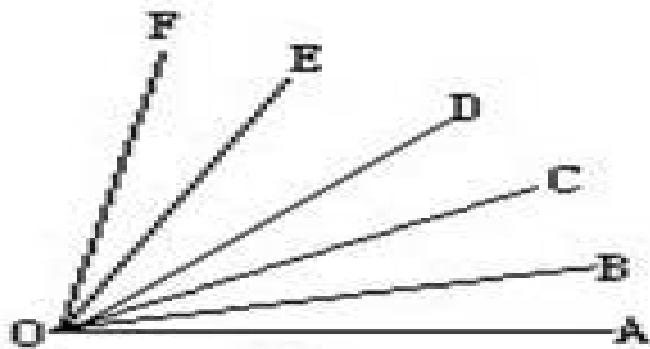


是不是存在这样的规律，同学们可以自己再举些例子试试看。

## 二、数角

例 2、数一数，图中共有多少个角？

分析与解：通过观察，我们可以知道，图中包含的所有角都具有 O 点这一共同端点。如果我们按照一定的顺序数，就会发现：



以射线 OA 为角的一边的角有： $\angle AOB$ ， $\angle AOC$ ， $\angle AOD$ ， $\angle AOE$ ， $\angle AOF$  共 5 个；

以射线 OB 为角的一边的角有： $\angle BOC$ ， $\angle BOD$ ， $\angle BOE$ ， $\angle BOF$  共 4 个；（不包括已经数过的  $\angle AOB$ ，即数过的不算，下同）

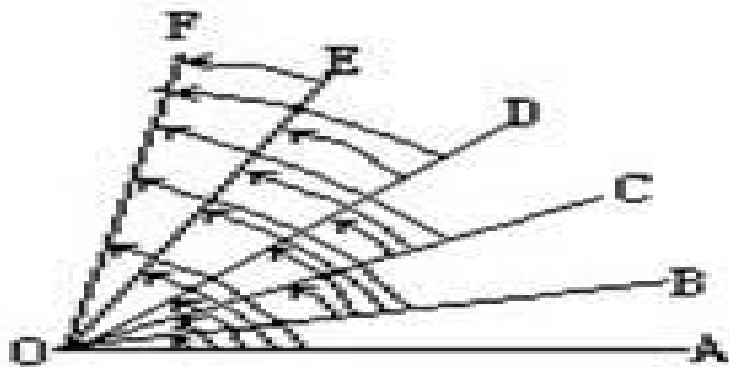
以射线 OC 为角的一边的角有： $\angle COD$ ， $\angle COE$ ， $\angle COF$  共 3 个；

以射线 OD 为角的一边的角有： $\angle DOE$ ， $\angle DOF$  共 2 个；

以射线 OE 为角的一边的角有： $\angle EOF$  1 个。

角的总数： $5+4+3+2+1=15$ （个）。

数的过程用图示法表示如下：

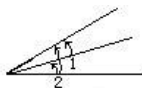


想一想：①由例 2 可知：由一点引出 6 条射线，所组成的角的总数为： $5+4+3+2+1$ （个），由此猜想出如下规律：（见下图）

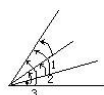
由一点引出的两条射线组成 1 个角：



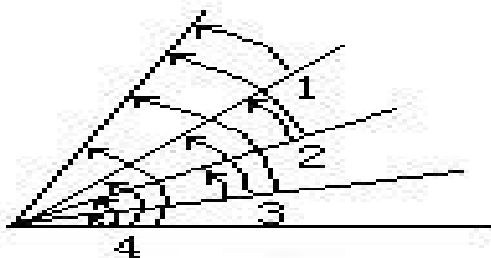
由一点引出的三条射线组成  $2+1=3$  个角：



由一点引出的四条射线组成  $3+2+1=6$  个角：



由一点引出的五条射线组成  $4+3+2+1=10$  个角：



.....

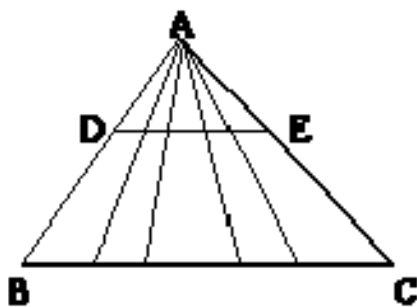
还可以一直找下去，并且通过实际去按顺序数，经过验证后，能从中得出这样一个结论：角的总数是从 1 开始的一串连续自然数之和，其中最大的自然数比图形中射线的总条数少 1。

②与数线段有类似的地方，即为：如果把相邻两条射线所组成的角叫做基本角，那么角的总数也是从 1 开始的一串连续自然数之和，而其中最大的自然数等于基本角个数。

注意，例 1 和例 2 的情况极其相似。虽然例 1 是关于线段的，例 2 是关于角的，但求总数时，它们有同样的数学表达式。同学们也可以看出，一个数学式子可以表达表面上完全不同的事物中的数量关系，这就是数学的魔力。

### 三、数三角形

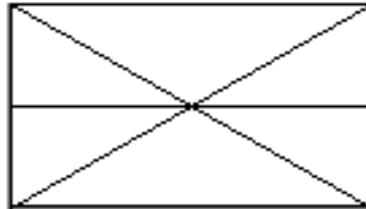
例 3、数出下面图中三角形的个数。



分析与解：仔细观察图形，我们可以发现，图形中所构成的每个三角形，都有两条边是由 A 点引出的，而第三条边不在线段 BC 就在线段 DE 上，并且通过我们去按顺序数，会发现 BC 和 DE 上有多少条线段就对应有多少个三角形，这样我们就可以把数三角形问题转化为数线段的问题了。根据例 1 可知，BC 边上的线段有 15 条，那么，以 BC 边上的线段作为第三边的三角形就有 15 个。同理，DE

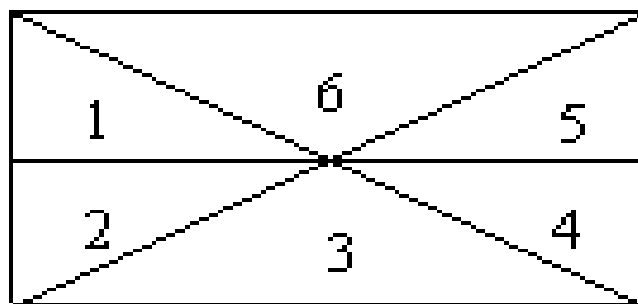
边上的线段也有 15 条，以 DE 边上的线段作为第三边的三角形也有 15 个。

所以，图中共有三角形  $15 \times 2 = 30$ （个）



例 4、数出下图中三角形 的个数。

分析与解：明显地，这个图形不具有例 3 中三角形的特点，所以例 3 中的解法不适合此题，为了便于数出三角形的个数，我们可以用分类的方法来数。怎样分类呢？可以按三角形的构成来进行分类，为了叙述方便，我们把图中三角形编上号码，如图所示。



明显的，

由 1 个三角形构成的三角形有 6 个。

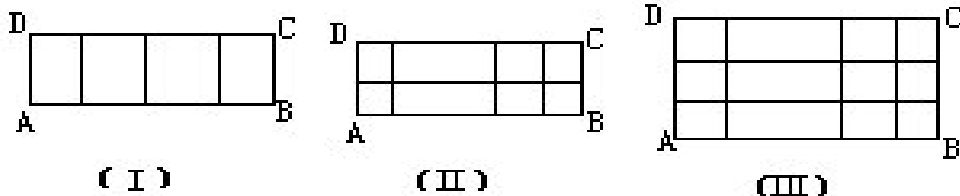
由 2 个三角形构成的三角形有 2 个，即 (1, 2), (4, 5)

由 3 个三角形构成的有 4 个，即 (1, 2, 3), (4, 5, 6), (6, 1, 2), (3, 4, 5)

所以，此图中共有三角形： $6+2+4=12$ （个）

#### 四、数长方形

例 5、如下图，数一数各图中包含的长方形个数？



分析与解：图（I）中长方形的个数与 AB 边上所分成的线段的条数有关，每一条线段对应一个长方形，所以长方形的个数等于 AB 边上线段总条数，即长方形个数为： $4+3+2+1=10$ （个）。

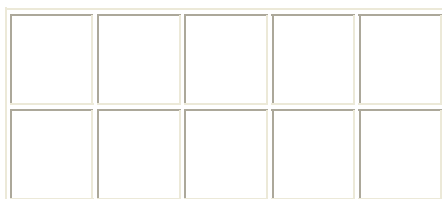
图（II）中 AB 边上共有线段  $4+3+2+1=10$  条。BC 边上共有线段： $2+1$ （条），把 AB 边上的每一条线段作为长，BC 边上每一条线段作为宽，每一个长配一个宽，就组成一个长方形，所以图（II）中共有长方形为： $(4+3+2+1) \times (2+1) = 10 \times 3 = 30$ （个）。

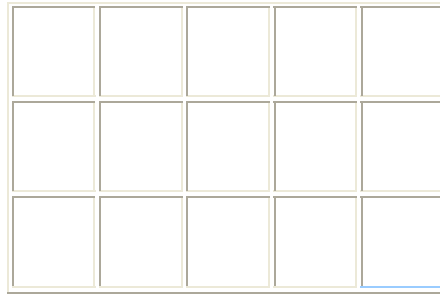
图（III）中，依据计算图（II）中长方形个数的方法：可得长方形个数为： $(4+3+2+1) \times (3+2+1) = 60$ （个）。

知识小结：一般情况下，对于类似图（III）的图形中所包含的长方形的个数，我们就可以用外围大长方形中：长边上的线段总条数 $\times$ 宽边上的线段总条数，求得。

#### 五、数正方形

例 6、如下图，数一数图中包含的正方形个数？





分析与解：为方便起见,我们把小正方形的边长设为 1,则正方形的边长可分别为 1、2、3、4、5，我们可以借助分类的思想来数，按大小不同将图形中正方形分为如下几类：

边长为 1 的正方形有 25 个；

边长为 2 的正方形组成的正方形有 16 个；

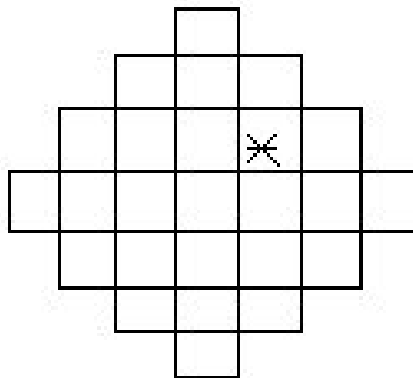
边长为 3 的正方形组成的正方形有 9 个；

边长为 4 的正方形组成的正方形有 4 个；

边长为 5 的正方形组成的正方形有 1 个；

正方形总数： $25+16+9+4+1=55$  个。

例 7. 在下图中，包含“\*”号的长方形和正方形共有多少个？



分析与解：按包含的小块分类计数。

包含 1 小块的有 1 个；包含 2 小块的有 4 个；

包含 3 小块的有 4 个；包含 4 小块的有 7 个；

包含 5 小块的有 2 个；包含 6 小块的有 6 个；

包含 8 小块的有 4 个；包含 9 小块的有 3 个；

包含 10 小块的有 2 个；包含 12 小块的有 4 个；

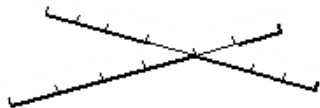
包含 15 小块的有 2 个。

所以共有

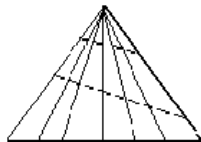
$$1 + 4 + 4 + 7 + 2 + 6 + 4 + 3 + 2 + 4 + 2 = 39(\text{个}).$$

## 六、练习题

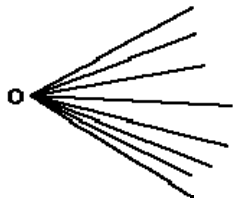
1、数一数下图中共有多少条线段？



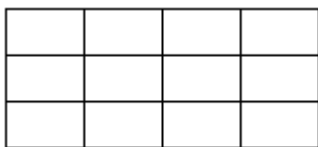
2、数一数下图中共有多少个三角形？



3、数出下图中锐角的个数。



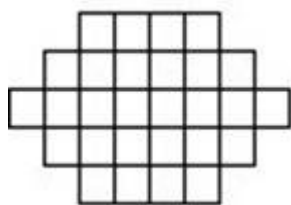
形？



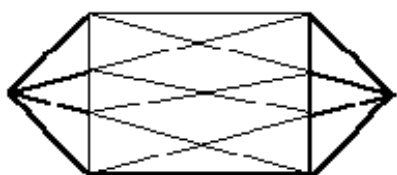
4、数一数下图中一共有多少个长方



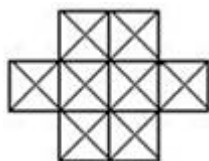
5、下图中有多少个正方形？



6、数一数图中有多少个三角形？

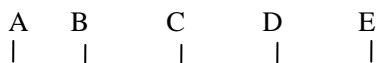


7、下图中有多少个正方形？

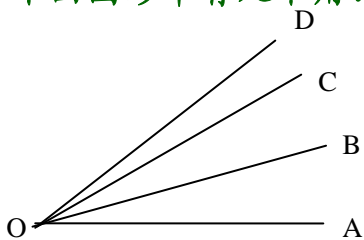


### 例题与方法

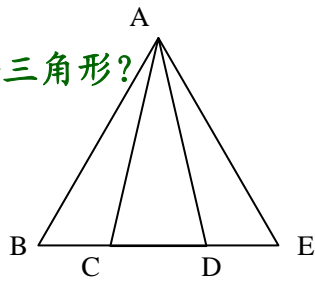
例1. 下图中有多少条线段？



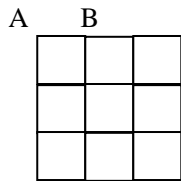
例2. 下面图形中有几个角？



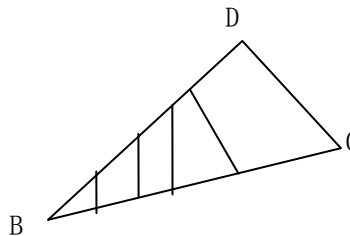
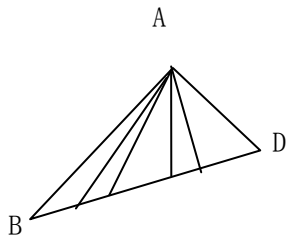
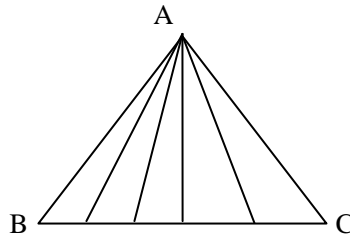
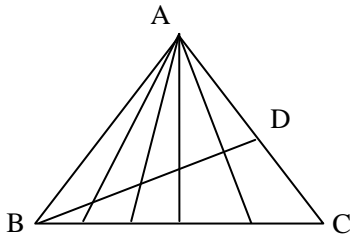
例3. 下图中共有多少个三角形?



例4. 右图中有多少个正方形?



例5. 数一数图中共有多少个三角形?



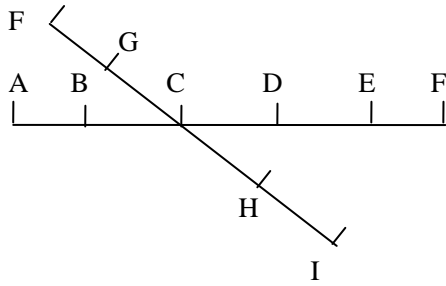
### 练习与思考

1. 下图中各有多少条线段?

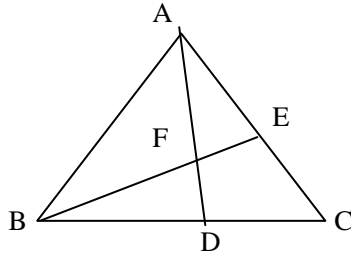
(1)



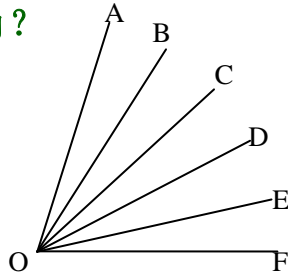
(2)



(3)

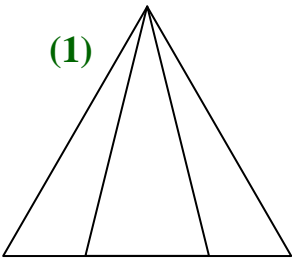


2. 下图中有多少个角?

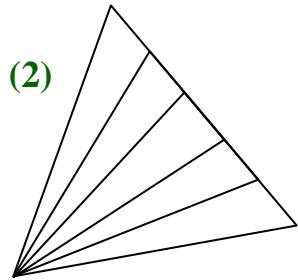


3. 下图中各有多少个三角形?

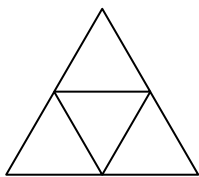
(1)



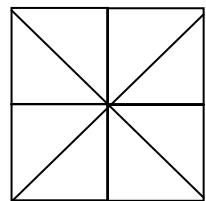
(2)



(3)

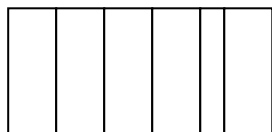


(4)

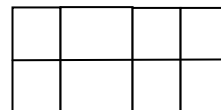


4. 下图中各有多少个长方形？

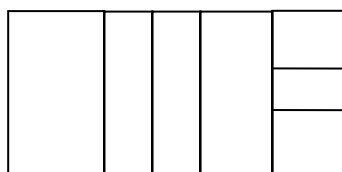
(1)



(2)



(3)



5. 下图有多少个正方形？

