

鸡兔同笼用假设

在我国古代数学著作里，记载了一个有趣的“鸡兔同笼”问题：“关在同一笼内的鸡和兔，共有 24 个头，68 只脚，问鸡、兔各有几只？”

从已知的 24 个头，可得鸡、兔共有 24 只。我们又知道一只鸡有两只脚，而一只兔有四只脚。假设 24 只都是鸡，那么笼中共有 $24 \times 2 = 48$ （只）脚。而实际上笼中共有 68 只脚，假设中的脚数与实际相差 20 只脚。造成这个差异的原因是我们把笼中的兔也算作了鸡，每只兔少算了两只脚。总共少算了 20 只脚，所以兔子应当有 $20 \div 2 = 10$ （只），从而鸡实际上只有 $24 - 10 = 14$ （只）。

“鸡兔同笼”这一古老的数学问题在现实生活中普遍存在，它的解答方法也是多样的。

例 1 鸡与兔共 100 只，兔的脚数比鸡的脚数多 40 只，问鸡、兔各有几只？

分析 假设 100 只全是兔，那么脚的总数应是 $4 \times 100 = 400$ （只），这时鸡的脚数是 0，兔的脚比鸡多 400 只，但实际上兔脚比鸡脚仅多 40 只，两者的差数是 $400 - 40 = 360$ （只）。造成差异的原因是我们将鸡假设成兔了。

实际上，每增加一只兔，兔的脚数增加 4，每减少一只鸡，鸡的脚数就减少 2。每把一只鸡假设成兔，两者的脚差数增加 $2 + 4 = 6$ （只）。因此，假设成兔的鸡有 $360 \div 6 = 60$ （只），兔有 $100 - 60 = 40$ （只）。由以上分析可列出相应的求解算式，这里不再赘述了。（下同）

例 2 幼儿园买来 20 张小桌和 30 张小凳共用去 1860 元，已知每张小桌比小凳贵 8 元，问小桌、小凳的价格各多少？

分析 由已知，20 张小桌要比 20 张小凳贵 $8 \times 20 = 160$ （元）。

从 1860 元里减去 160 元后，我们可以把 20 张小桌转换成 20 张小凳，这样 $1860 - 160 = 1700$ （元）就是 $20 + 30 = 50$ （张）小凳的总价钱。

每张小凳的价格是 $1700 \div 50 = 34$ （元）。

每张小桌的价格是 $34 + 8 = 42$ （元）。

例 3 动物园饲养的食肉动物分大型动物和小型动物两类，规定老虎、狮子一类的大动物每次喂肉每头三斤，狐狸、山猫一类小动物每三头喂一斤。该动物园共有这两类动物 100 头，每次需喂肉 100 斤，问大、小动物各多少？

分析 假设 100 头都是大动物，那么每次喂养需肉 $100 \times 3 = 300$ （斤），这比实际多 $300 - 100 = 200$ （斤），这多出的 200 斤是因为把小动物看作大动物。把三头小动物看作了三头大动物，需增加肉：

$$3 \times 3 - 1 = 8 \text{（斤）}$$

这样的转换需要

$$200 \div 8 = 25 \text{（次）（才有多出 200 斤肉）}$$

转换成大动物的小动物有

$$3 \times 25 = 75 \text{（头）}$$

所以大动物有 $100 - 75 = 25$ （头）。

例 4 一只蜘蛛八条腿，一只蜻蜓有六条腿、二对翅膀，蝉有六条腿和一对翅膀。现有这三种小昆虫共 18 只，共有 118 条腿和 20 对翅膀，问每种小昆虫各有几只？

分析 这个问题比前几个问题要复杂一些。但仔细考虑，发现蜻蜓和蝉的腿条数都是 6，因此可从腿的条数入手。

假设 18 只全是蜘蛛，那么共有 $8 \times 18 = 144$ （条）腿。但实际上只有 118 条，两者相差 $144 - 118 = 26$ （条），产生差异的原因是 6 条腿的蜻蜓和蝉都作为 8 条腿的蜘蛛了，每一只相差 2 条腿。被当作蜘蛛的蜻蜓和蝉共有 $26 \div 2 = 13$ （只）。

因此，蜘蛛有 $18 - 13 = 5$ （只）。

再假设 13 只昆虫都是蜻蜓，应有 $13 \times 2 = 26$ （对）翅膀，与实际翅膀数相差 $26 - 20 = 6$ （对），每把一只蝉当一只蜻蜓，翅膀数就增加 1 对，所以蝉的只数是 $6 \div 1 = 6$ （只），蜻蜓数是 $13 - 6 = 7$ （只）。