

## 四年级奥数：整数中的推理问题（A 卷）

\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_ 班      姓名 \_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_

## 一、填空题

1. 在下边的表格的每个空格内, 填入一个整数, 使它恰好表示它上面的那个数字在第二行中出现的次数, 那么第二行中的五个数字依次是\_\_\_\_\_.

0	1	2	3	4

2. 有 30 个 2 分硬币和 8 个 5 分硬币, 这些硬币值的总和正好是 1 元. 用这些硬币不能组成 1 元之内的币值是\_\_\_\_\_.

3.  $a$  是一个自然数, 已知  $a$  与  $a+1$  的各位数字之和都能被 7 整除, 那么这样的自然数  $a$  最小是\_\_\_\_\_.

4. 有一个电话号码是六位数, 其中左边三位数字相同, 右边三个数字是三个连续的自然数, 六个数字之和恰好等于末尾的两位数. 这个电话号码是\_\_\_\_\_.

5. 小明家住在一条小胡同里, 各家号码从 1 号连着排下去, 全胡同所有家的号码之和再减去小明家号码后是 60. 小明家是\_\_\_\_\_号.

6. 女子足球赛, 有甲、乙、丙、丁四个队参加, 每两队都要赛一场, 结果甲队胜丁队, 并且甲、乙、丙三队胜的场数相同. 则丁队胜了\_\_\_\_\_场.

7. 某校五年级五个班各派一队参加小足球比赛, 每两队都要比赛一场, 到现在为止, 一班赛了 4 场, 二班赛了 3 场, 三班赛了 2 场, 四班赛了 1 场, 那么五班赛了\_\_\_\_\_场.

8. 某学校气象小组在一段时间里观察天气, 共写出四个数据:

(1) 上午和下午共下雨 7 次;

(2) 有 5 天下午未下雨;

(3) 有 6 天上午未下雨;

(4) 下午下雨的那几天, 上午都未下雨.

这段时间共有\_\_\_\_\_天, 其中全天未下雨的有\_\_\_\_\_天.

9. 某年的 10 月里有 5 个星期六, 4 个星期日, 问: 这年的 10 月 1 日是星期\_\_\_\_\_.

10. 某人买了相同的钢笔和相同的圆珠笔各若干支, 买钢笔使用了 10 元 5 角 6 分, 如果一支钢笔的价钱比一支圆珠笔的价钱多 1 元, 而买的钢笔比圆珠笔多 6 支, 问这个人买了\_\_\_\_\_支钢笔.

## 二、解答题

11. 某次考试满分是 100 分.  $A, B, C, D, E$  5 人参加了这次考试.

$A$  说: “我得了 94 分.”

$B$  说: “我在 5 人中得分最高.”

$C$  说: “我的得分是  $A$  和  $D$  的平均分.”

$D$  说: “我的得分恰好是 5 人的平均分.”

*E* 说：“我比 *C* 多得 2 分，并且 5 人中居第二。”

问：这 5 个人各得几分？

12. 某商品的编号是一个三位数，现有 5 个三位数

874, 765, 123, 364, 925.

其中每一个数与商品编号，恰好在同一位上有一个相同的数字。求商品编号的位数？

13. 有 100 根火柴，甲、乙两人轮流取火柴游戏，规定每人每次可取 10 根以内（包括 10 根）的任何根火柴，以谁取完火柴使对手已无火柴可取者为胜。

如果开始由甲先取。问谁一定能取胜？他怎样取才能取走？

14. 若干个同样的盒子排成一排，小明把 50 多个同样的棋子分装在盒中，其中只有一个盒子里没有装棋子，然后他外出。小光从每个有棋子的盒子里各拿一个棋子放在空盒内，再把盒子重新排了一下，小明回来仔细查看了一番，没有发现有人动过这些盒子和棋子，问共有多少个盒子？

---

答 案

---

## 一、填空题

1. 第二行五个数字依次应填：2, 1, 2, 0, 0

先考虑表格中最右边 4 下面的填数。如果 4 下面填 1，这表明第二行中必有 1 个 4。由于 4 填在某数的下面，该数在第二行中就必须出现 4 次，所以 4 必须填在 1 的下面。这样 0, 2, 3 下面也都是 1，但第二行中并没有出现这些数，所以不能满足要求。同样可推知，在 4 下面不能填大于 1 的数，所以 4 下面应该填 0。

再看 3 下面的填数，如果在 3 下面填 1，那么第二行中有一个 3，而且 1 下面已不能填 0，所以第二行中最多有两个 0，从而 3 不能填在 0 的下面。如果 3 填在 1 下面，则 0 和 2 下面都必须填 1。但 2 下面填 1，说明第二行中有一个 2，矛盾。如果 3 填在 2 下面，那么第二行中必须有三个 2，这是不可能的。综上所述，3 下面不能填 1，当然也不能填大于 1 的数，所以也必须填 0。

如果第二行中再有一格填 0，那么就出现三个 0。这样，在第一行的 0 下面空格中要填 3，从而第一行中 3 下面就不能是 0。这与上面矛盾。同样可推知第二行不能有四个 0，所以第二行中只能有两个 0，就是说在第一行的 0 下面填 2。

再看第一行中剩下的 1 与 2 下面的填数。若在 1 下面填 2，第 2 行必有两个 1，这不可能，所以 1 下面必须填 1。

最后我们看到第一行的 2 下面必须填 2。

综上所述，第二行五个数字依次应填 2, 1, 2, 0, 0。

2. 用这些硬币不能组成 1 元之内的币值是：1 分、3 分、97 分和 99 分四种。

因为硬币有 2 分、5 分两种，显然不能组成 1 分和 3 分币值。

同时根据硬币的总额为 1 元=100 分的条件可知，也不可能组成  $100-1=99$  (分) 和  $100-3=97$  (分) 币值。

因此，用这些硬币不能组成 1 元之内的币值是 1 分、3 分、97 分和 99 分。

3. 最小  $a$  是 69999.

根据题意,  $a+1$  必须在  $a$  的基础上进位, 不然  $a$  和  $a+1$  的各位数字之和就成为两个相邻的自然数, 显然不可能同时被 7 整除, 这样  $a$  的个位数字只能是 9, 而  $a+1$  的个位数字必然是 0.

首先,  $a+1$  不会是两位数, 因为个位数字是 0, 各位数字之和能被 7 整除的两位数只有 70; 而 69 的各位数字之和不能被 7 整除.

其次, 考虑  $a+1$  是三位数  $\overline{AB0}$ , 此处  $B$  只能是 0, 不然  $a$  的各位数字之和一定是  $A+(B-1)+9=A+B+8$ , 而  $a+1$  的各位数字之和是  $A+B$ , 这两个数字和不会同时被 7 整除. 当  $B$  是 0 时,  $A$  只能是 7, 即  $a+1$  等于 700, 但  $a$  等于 699, 各位数字之和不能被 7 整除, 说明  $a+1$  不能是三位数.

采用类似的办法可知,  $a+1$  不会是四位数. 说明  $a+1$  至少是五位数, 而且末尾四位也必须都是 0, 即  $a+1$  至少是五位数, 而且末尾四位也必须都是 0, 即  $a+1=70000$ , 此时  $a=69999$ . 均满足要求, 说明符合条件的最小  $a$  是 69999.

4. 电话号码是 555321

设电话号码为  $\overline{aaabcd}$ , 其中  $b$ 、 $c$ 、 $d$  为连续自然数, 则

$$a+a+a+b+c+d=3a+3c=\overline{cd}=10c+d$$

因为  $b$ 、 $c$ 、 $d$  为连续自然数, 所以  $d=c-1$ , 或  $d=c+1$ .

①若  $d=c-1$ , 则  $3a+3c=10c+c-1$ , 从而

$$a=\frac{8c-1}{3}=2c+\frac{2c-1}{3}$$

显然  $c$  只能为 2, 此时  $a=5$ ,  $b=3$ ,  $d=1$ . 所求六位数为 555321.

②若  $d=c+1$ ,  $3a+3c=10c+c+1$ , 从而

$$a=\frac{8c+1}{3}=2c+\frac{2c+1}{3}$$

只有  $c=1$ , 此时  $b=0$ ,  $d=2$ , 因为 0 不是自然数, 矛盾, 这说明  $d=c+1$  是不能成立的.

所以, 所求电话号码是 555321.

5. 小明家是 6 号.

依题意知, 全胡同所有家的号码之和一定大于 60. 据此估算如下:

10 家门牌号码之和是 55, 不合题意;

11 家门牌号码之和是 66;

12 家门牌号码之和是 78, 不合题意.

由此可见, 胡同里应该是 11 家, 小明家的号码应是 6 号.

6. 丁队胜了 0 场.

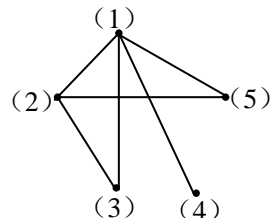
4 个队每两队都要赛一场, 每队要赛 3 场, 一共赛了  $(4 \times 3 \div 2) = 6$  场. 已知甲、乙、丙三队胜的场数相同. 假设他们各胜 1 场, 则丁队要胜 3 场. 这不可能. 因为丁

队已知败给甲队. 所以甲、乙、丙三队各胜 2 场. 故知丁队胜了 0 场.

7. 五班赛了 2 场.

一班赛了 4 场, 这就是说, 一班与二、三、四、五班各赛了 1 场. 因此, 二班、三班、四班除去与一班比赛之外分别还赛了 2 场、1 场、0 场. 于是二班只能是与三班、五班各赛 1 场. 所以, 五班到现在为止共赛了 2 场.

本题用图形来表示更直观. 如右图, 一班、二班、三班、四班、五班分别用一个点表示, 两个点之间的连线表示他们之间进行过比赛.



8. 共有 9 天, 全天未下雨的有 2 天.

由“(4)下午下雨的那几天, 上午都未下雨”, 可推出: 在观察的这段时间内, 没有全天下雨的, 但有全天未下雨的. 上午和下午各是半天. 未下雨的几个全天的上午和下午, 都包含在未下雨的 5 个下午和 6 个上午之中. 因此共观察的半天有:

$$7+5+6=18(\text{个})$$

$$\text{共观察的天数为: } 18 \div 2 = 9(\text{天})$$

$$\text{全天未下雨的有: } 9 - 7 = 2(\text{天})$$

用图示法也可以解答此题, 以●代表下雨的半天, 而以○代表未下雨的半天. 如下图所示, 即可推出结果.

○ ○ ○ ● ● ○ ● ○ ○  
● ○ ● ○ ○ ● ○ ● ○

9. 10 月 1 日是星期四.

10 月有 31 天, 而  $31 = 4 \times 7 + 3$ , 所以, 这个月有 4 个星期零 3 天, 要判断 10 月 1 日是星期几, 可以先推算这个月的第一个星期六是几日:

如果 10 月 1 日是星期六, 那么 10 月 2 日、9 日、16 日、23 日 30 日都是星期日, 出现了 5 个星期日, 与题设的“10 月里有 4 个星期日”不符, 所以 10 月 1 日不是星期六, 用同样的方法, 可以推算出 10 月 2 日也不是星期六.

如果 10 月 3 日是星期六, 那么 10 月 4 日、11 日、18 日、25 日是星期日, 恰好是 4 个星期日, 符合题目条件. 倒推回去, 可以知道 10 月 1 日是星期四.

这里的关键是要判定 10 月的第一个星期六是 10 月几日, 由此就容易算出 10 月 1 日星期几, 也可以先判定 10 月里的第一个星期日是 10 月几日, 读者不妨一试.

10. 买了 8 支钢笔.

由“买的钢笔比圆珠笔多 6 支”这个条件, 就能判断买的钢笔不少于 7 支. 由“一支钢笔的价钱比一支圆珠笔的价钱多一元”能判断出一支钢笔的价钱多于 1 元. 由“买钢笔用了 10 元 5 角 6 分”能判断买的钢笔支数不能多于 10 支, 而且只能是 7、8、9、10 这四个数, 而这四个数中, 只有 8 才能整除 1056 分, 所以这个人买了 8 支钢笔.

## 二、解答题

11.  $A, B, C, D, E$  5 人得分依次是 94, 98, 95, 96, 97.

题目已告诉我们,  $B$  得分最高,  $E$  其次. 现在要分析,  $A, B, D$  3 人的得分谁多谁少.  $C$  是  $A$  和  $D$  的平均分, 因此  $C$  是  $A$  与  $D$  之间的数. 为了说明清楚起见, 分三种情况来说:

(1)  $A$  和  $D$  相等,  $C$  是它们的平均分, 也与  $A, D$  相等,  $B$  和  $E$  都比它们得分多.  $D$  就不可能是 5 个人的平均分, 与题目的条件不符合, 因此这一情况不成立.

(2)  $A$  比  $D$  得分多,  $C$  是它们的平均分, 当然也比  $D$  得分多, 这样一来,  $D$  是得分最少的, 就不可能是 5 人平均分, 因此这一情况也不成立.

(3)  $D$  比  $A$  得分多.  $C$  是  $A$  和  $D$  的平均分, 得分就比  $D$  少, 比  $A$  多. 也就是说  $A$  是得分最少的.  $A$  得 94 分, 其他人得分就在 95 分至 100 分之间.

$A$  的得分 94 是偶数, 与  $D$  的平均分  $C$  的得分是整数,  $D$  的得分也一定是偶数,  $D$  只能是 96 或 98 分. 如果  $D$  是 98 分,  $B$  和  $E$  中只能是 99 和 100, 而  $C$  的得分是  $(94+98) \div 2=96$ . 5 个人的平均分将是

$$(100+99+98+96+94) \div 5=97.4,$$

并不等于  $D$  的得分 98, 与题目条件不符合. 因此  $D$  的得分是 96 分,  $C$  的得分是  $(96+94) \div 2=95$ ,  $E$  的得分是  $95+2=97$ . 为了使 5 人平均分是  $D$  的得分 96,  $B$  应得 98 分.

$B, E, D, C, A$  5 人得分依次是 98, 97, 96, 95, 94.

分情况讨论, 这是数学推理时常用的方法. 这道例题对  $D$  的得分 98 和 96 进行讨论, 排除与题目条件不符合的情况, 缩小了考虑问题的范围, 逐渐求出正确答案.

12. 商品编号是 724.

每一个数与商品的编号, 恰好在同一位有一个相同的数字, 5 个数就出现 5 次相同, 列出这 5 个数

874

765

123

364

925

这 5 次相同要分布在百位、十位、个位上. 百位上 5 个数各不同, 只能与商品编号的百位数出现一次相同. 十位上有两个 6 和两个 2; 个位上有两个 4 和两个 5, 因此, 十位和个位只能各出现两次相同.

分两种情况:

(1) 商品编号的十位数字是 6, 这样个位数字就不能是 5 和 4, 个位上就不能出现两次相同.

(2) 商品编号的十位数字是 2. 这样, 个位数字就不能是 3 和 5. 商品编号的个位只能是 4, 在个位上恰好出现两次相同.

当确定后两位是 24 后, 5 个数中后两位与 24 都不相同的只有第二个数 765. 商品编号的百位数只能是 7. 商品编号是 724.

13. 先取者甲一定能胜.

因为  $100=9 \times 11+1$ , 甲开始取 1 根, 余下 99 根是 11 的倍数, 这时不论乙取多少, 甲再取的火柴根数与乙刚才取的数目凑成 11 (这时余下 88 根, 仍是 11 的倍

数).

依此法进行,直至最后余下 11 根火柴时,轮到乙取,这时不论乙取几根火柴时,余下火柴甲都可一次取完.

14. 共有 11 个盒子.

原有一个空盒子,现在装进了棋子.而小明没有发现有人动过,可见现在又有一个空盒子.这说明原来一定有一个盒子内装的是一个棋子.原来装有一个棋子的盒子现在成了空盒子,可见现在另有一个盒子装有一个棋子.而这另一个盒子原来是装有两个棋子.

同样的推理分析,原来一定有一个盒子装三个棋子,装四个棋子…等等.

总之,原来各盒中棋子数是 0, 1, 2, 3…这一系列数.

由于,  $0+1+2+\cdots+9=45$

$$0+1+2+\cdots+10=55$$

$$0+1+2+\cdots+11=65$$

可见原来一定是 11 个盒子,各装着 0 个, 1 个, 2 个, …10 个棋子.

这个题的解题依据是小光移动棋子前后情况一样,突破口是“空盒”,棋子的总量控制了盒的数量,由此推理,便一环扣一环,将盒子装棋子的情况逐渐推开,同时也就知了盒子数.