四年级奥数：整数中的推理问题（B 卷）

______年级 ______班　　　姓名______ 得分______

一、填空题

1. 四年级三个班参加运动会, 运动会上举行跳高、跳远和百米赛跑三项比赛, 各取前 3 名, 第一名得 5 分, 第二名得 3 分, 第三名得 1 分. 已知 1 班进入前 3 名的人数最少, 2 班进入前 3 名人数是 1 班的 2 倍, 而这两个班所得总分相等，且是年级组的并列第 1 名, 3 班得了________分.

2. A, B, C, D, E 5 人在一次满分为 100 分的考试中, 得分都是大于 91 的整数. 如果 A, B, C 的平均分是 95 分; B, C, D 的平均分是 94; A 是第一名; E 是第三名得 96 分, 问 D 得了______分.

3. 在一次象棋比赛中, 规定每个选手必须与其他选手恰好比赛一盘, 胜者得 2 分, 负者不得分, 平局各得 1 分. 现有五名工作人员分别统计了全部选手的得分总数, 各为:

131 分, 132 分, 133 分, 134 分和 135 分

当然, 至少有四个数是错的. 经核实, 确有一个人统计结果正确. 那么, 有____名选手参加比赛?

4. 由 A, B, C 三个班中各出 3 名学生比赛长跑. 规定第一名得 9 分, 第二名得 8 分, 第三名得 7 分, …, 第八名得 2 分, 第九名得 1 分. 比赛结果是三个班总分相等, 而且九名学生没有名次并列的, 也没有同一个班的学生获得相连名次的. 如果第一名是 C 班的, 第二名是 B 班的, 那么最后一名是______班的?

5. 三名学生进行了若干科目的考试, 以考得的名次进行记分. 考得第一名得分最多, 其次是第二名, 第三名得分最少. 各科都是如此记分. 已知甲最后得 22 分, 乙最后得 9 分, 丙也是得 9 分. 并且已知乙英语考试得了第一名, 数学第二是______.

6. A, B, C, D, E5 人参加一次满分为 10 分的考试.

A 说:“我得了 4 分.”

B 说:“5 人中我得分最高.”

C 说:“我的得分是 A 与 D 的平均分.”

D 说:“我的得分是 5 个人的平均分.”

E 说:“我的得分是比 C 多 2 分, 是第二名.”

B 得了______分.

7. 甲乙共有图书 63 册, 乙丙共有图书 77 册, 三人中图书最多的人的册数是图书最少的人的册数的 2 倍. 那么, 甲乙丙三人分别有图书______册, ______册, ______册.

8. 某楼住着 4 个女孩和两个男孩, 他们的年龄各不相同, 最大的 10 岁, 最小的 4 岁, 最大的女孩比最小的男孩大 4 岁, 最大的男孩比最小的女孩大 4 岁, 最大的男孩的岁数是______.

9. 一个能被 8 整除的三位数, 把它的数字顺序颠倒, 得到一个新的三位数, 这两个三位数的和等于 1111, 这个三位数分别是______, ______, _______.

10. 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 八个数分成两组, 每组 4 个数, 并且两组数之和相等. 从 A 组拿一个数到 B 后, B 组的数之和将是 A 组剩下的 3 数之和的 2 倍; 从 B 组

拿一个数到 A 组后, B 组剩下的 3 数之和是 A 组 5 个数之和的 $\frac{5}{7}$.

第一组是________, ________, ________, ________.
第二组是________, ________, ________, ________.

二、解答题

11. 从 1 至 10 十个整数中, 选出 5 个数 A, B, C, D, E 满足下面 6 个条件;

(1) D 比 6 大;
(2) D 能被 C 整除;
(3) A 与 D 的和等于 B;
(4) A, C, E 三数之和等于 D;
(5) A 与 C 的和比 E 小;
(6) A 与 E 的和比 C 与 5 的和小.

找出所有解答.

为了书写方便, $A=1$, $B=7$, $C=4$, $D=2$, $E=10$(不是解答)可简写在 (1, 7, 2, 4, 10).

12. A, B, C 三人进行小口径步枪射击比赛, 每个人射击 6 次, 并且都得了 71 分, 三人共 18 次的得分情况, 从小到大排列为:

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 10, 10, 10, 20, 20, 20, 25, 25, 50

已知 A 首先射击两次, 共得 22 分; C 第一次射击只得 3 分, 请根据条件判断, 是谁击中了靶心(击中靶心得 50 分).

13. 某人的电话号码是 5 位数. 下面 10 个 5 位数

17560
44356
41892
25731
78697
22171
90389
79500
53970
86075

其中每一个数与电话号码, 恰好在同一位上有一个相同的数字, 求出这个电话号码.

14. 教师对五名学生进行了一次测验, 测验成绩按总分排列为: 甲、乙、丙、丁、戊. 考试的科目是英语、数学、历史、物理和语文, 记分办法是每科第一名得 5 分, 以下依次得分为 4、3、2、1. 现知道:

(1) 在同一科目中以及在总分中没有得相同分数的人;
(2) 甲的总分是 24 分;
(3) 丙有四门功课得了相同的分数;
(4) 戊的物理得 5 分, 语文得 3 分;
(5) 丁的历史得 4 分.

列出这次考试每个人的成绩表.

答 案

一、填空题

1. 3 班得了 7 分

1 班得的名次如果是 3 人,则 2 班需有 6 人得名次,但这样一来全部 9 个名次均被 2 个班瓜分,却无法产生并列第一名:全部得分[3×(1+3+5)=]27 是奇数.因此 1 班至多只有 2 人得名次,而 2 人得名次还只能都拿第一名才能满足与 2 班并列第一的要求,若有一人拿第二,则只能拿 8 分,而这不超过平均分(27÷3=)9 分.据此,1 班和 2 班各得 10 分,3 班必然得(27-10×2=)7 分.

2. D 得了 97 分.

分析 B、C、D 中谁是第二名.如果 B 是第二名,由 E 得 96 分,A,B 得至少 97.A,B,C 三人平均 95 分 95×3-97×2=91,C 最多 91 分,与题目条件不符合.同样道理 C 也不是第二名.只能 D 是第二名.D 最少 97 分,A 最少 100 分.

3. 参赛选手有 12 名.

参赛选手中每两人赛一盘,与若干个点、每两点连一条线段相当.可用数线段方法算出比赛的总盘数,每盘提供 2 分.

不论赛多少盘,选手所得的总分应是偶数,所以,131 分,133 分和 135 分必不对.

设 n 个选手参赛,比赛盘数:

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+3+2+1=\frac{1}{2}n(n-1)$$

总分数:$\frac{1}{2}n(n-1)\times 2=n(n-1)$

这是两个连续自然数之积.它的个位上数字有如下的可能:

0(4×5,5×6)

2(1×2,3×4,6×7,8×9)

6(2×3,7×8)

所以,134 分必错.

那么,正确的总分只能是 132 分.

n 必是两位数,且十位上为 1,所以,

132=11×12,即 n=12

答:参赛选手有 12 名.

4. 最后一名是 B 班的学生.

九名学生的总得分为:1+2+3+4+5+6+7+8+9=45

由于三个班的总分相等,即每个班均为 15 分,将 1-9 这 9 个自然数,三个数一组分为 3 组,使每组之和都是 15,只有以下两种情况:

(1)一组得分为:9,5,1

二组得分为:7,6,2

三组得分为:8,4,3

(2)一组得分为:8,6,1

二组得分为:9,4,2

三组得分为:7,5,3

在第一种情况中,二组、三组都有相连的数,即相连的名次,这不合题意,所以只能取第二组的数字.

那么 *C* 班有第一名,得分是 9,4,2;B 班有第二名,得分是 8,6,1,则 *A* 班得分为 7,5,3.可见最后一名是 *B* 班的学生.

5. 数学第二只能是丙.

由乙英语第一,至少乙得 3 分,且总分为 9 分.所以科目不会多于 7 科,且每科第一名至多得 8 分.又由甲总分为 22 分,所以考试科目不少于 3 科.

因为三人共得 40 分,而每科分配得分情况相同,故考试科目应是 40 的约数,而 3,6,7 都不是 40 的约数,所以只可能是 4 科或 5 科.若 4 科,每科共有 10 分,按名次分配应有 4 种:(7,2,1)、(6,3,1)、(5,4,1)、(5,3,2).

由甲共得 22 分,且至多有 3 科第一(英语不是第一),则后三种情况不成立,因为即使 3 科第一,1 科第二,总分也达不了 22 分.

又由乙得 9 分,且英语第一,如果按(7,2,1)分配,即使其他三科都是最后一名,得 1 分,总分也超过 9 分.所以,以上几种情况不能成立.

若是 5 科,每科共为 8 分,按名次分配只有两种:(5,2,1)、(4,3,1).而后一种也不能成立,原因仍然是不能与甲 22 分吻合,所以只有(5,2,1)符合题意.

按照这样分配方案:乙的得分情况是 5,1,1,1,1.甲的得分情况是 5,5,5,5,2,且得 2 分的科目只能是英语,所以数学第二只能是丙.

6. *B* 得了 8 分.

D 的得分不能比 *A* 少,也不能与 *A* 得分一样.否则 *D* 成为 5 人中得分最少的.就不是 5 人的平均分.因此 5 人得分从大到小次序是 *B*, *E*, *D*, *C*, *A*.

A 得 4 分,*C* 得 *A* 与 *D* 的平均分,*D* 的得分也一定是偶数,*D* 不能是 10 分或 8 分;否则 *B* 的得分要超出 10 分.*D* 只能得 6 分,*C* 得 5 分,*E* 得 7 分.*B* 的得分是:

6×5-(7+6+5+4)=8(分)

7. 甲有 21 册书,乙有 42 册书,丙有 35 册书.

根据已知条件,甲乙之和小于乙丙之和,则甲之册数小于丙之册数.因而乙有三种可能:最多、最小或居中.若能否定其中两种可能,则另一种必成立.然后计算各人册数.

先假设乙的图书最少,则丙的图书最多.那么,乙丙之和应是 3 的倍数.(最多数是最少数的 2 倍).

然而 $3 \nmid 77$

所以作的假设是谬误的.

再假设乙之数居中,则甲丙之差是甲的册数,且可求乙丙册数.

甲:77-63=14(册)

乙:63-14=49(册)

丙:77-49=28(册)

28<49

结论与丙为最多的条件矛盾,所作假设也是谬误的.

那么,乙必定是最多的.相应甲是最少的,丙之数居中.可作如下合理计算:

甲:63÷(1+2)=21(册)

乙:21×2=42(册)

丙:77-42=35(册)

答:甲有 21 册书,乙有 42 册书,丙有 35 册书.

8. 最大男孩是 8 岁.

分两种情况考虑:(1)最小的男子是 4 岁.(2)最小的女孩是 4 岁.

9. 这个三位数是 704.

把这道题目写成数字谜形式,设三位数是 $\overline{ABC}$,就有

$$\begin{array}{r} A\ \ B\ \ C \\ +\ \ C\ \ B\ \ A \\ \hline 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1 \end{array}$$

很明显,$A+C$=11,B=0.这个三位数一定是偶数,只能是 308,506,704,902 其中一个数,被 8 整除只有 704.

10. A 组的 4 个数是 1,4,6,7;

B 组的 4 个数是 2,3,5,8.

1+2+3+4+5+6+7+8=36.

因此每组 4 个数之和是 36÷2=18

因为 36÷(2+1)=12

所以从 A 组拿出一个数到 B 组,要使 B 组 5 数之和是 A 组剩下 3 数之和的 2 倍,从 A 组拿出的数一定是 18-12=6.

因为 $36 \div \left(1+\frac{5}{7}\right)=21$,

所以从 B 组拿出一个数到 A 组,要使 B 组剩下 3 数之和是 A 组 5 数之和的 $\frac{5}{7}$,从 B 组拿出的数一定是 21-18=3.

上面的推理说明,分组是 6 在 A 组,3 在 B 组.

A 组中其他 3 数之和是 12,在 1,2,4,5,7,8 六个数中,和 12 的三数,只有 1,4,7.

因此分在 A 组的 4 个数是 1,4,6,7;分别在 B 组的 4 个数是 2,3,5,8.

11. 本题有两个答案:(1,9,2,8,5)与(1,10,3,9,5)

从条件(1),D 可能是 7,8,9,10,但 D=10,就不能满足条件(3).我们就 D=7,8,9 三种情况,列表来逐条检查是否满足条件.

(1)D=7

条件(2)	C=1	
(3)	A=2	A=3

	$B=9$	$B=10$
(4)	$E=4$	不存在
(5)	√	
(6)	×	

(2) $D=9$

条件(2)	$C=1$	$C=9$
(3)	不存在	$A=1$ $B=10$
(4)		$E=5$
(5)		√
(6)		√

(3) $D=8$

条件(2)	$C=1$	$C=2$	$C=4$	
(3)	$A=2$ $B=10$	$A=1$ $B=9$	$A=1$ $B=9$	$A=2$ $B=10$
(4)	$E=5$	$E=5$	$E=3$	不存在
(5)	√	√	×	
(6)	×	√		

上面表中“√”表示满足这一条件,“×”表示不满足这一条件.通过表格分析,就知道本题有 2 个解答:

(1,9,2,8,5)与(1,10,3,9,5)

当需要分析的情况较多时,特别是层次较多时,使用表格就非常方便,本题就是使用表格较好的例子.表格要自己设计,才能使解题得心应手.会使用表格和设计表格是一种解题本领.

12. C 是击中靶心的人.

我们先来推断 A6 次射击的情况.已知前两次得 22 分,6 次共得 71 分,从 71-22=49 可知,击靶心的决不会是 A,另一方面,在上面 18 个数中,两数之和等于 22 的只可能是 20 和 2.再来推算一下四个数之和等于 49 的可能性.首先,在这四个数中,如果没有 25,是绝不可能组成 49 的.其次,由于 49-25=24,则如果没有 20,任何三个数也不能组成 24.而 24-20=4,剩下的两个数显然只能是 1 和 3 了.所以 A 射击 6 次的得分,应该是

20,2,25,20,3,1

(可在前面 18 个数中,划去上述 6 个数)

再来推断击中靶心的人 6 次得分的情况,从 71-50=21

可知,要在前面 12 个未被划去的数中,取 5 个数,使其和是 21.可以断定,这 5 个数中必须包括一个 10,一个 5,一个 3,一个 2,一个 1,即 6 次得分情况为

50,10,5,3,2,1

就是第三个人的得分情况了.

从这 6 个数中没有 3,而 C 第一次得了 3 分,可知这 6 个数是 C 射击的得分数.因此 C 是击中靶心的人.

13. 电话号码是 26390

恰好在同一位有一个相同的数字.十个数要出现十次这样的“相同”.注意:

万位上有两个 2,两个 4,两个 7;

千位上没有数字是重复的;

百位上有两个 3,两个 5;

十位上有三个 7,两个 9;

个位上有三个 0,两个 1.

在千位只能有一次相同,因此其它位至少有一位上有三次相同.但是如果有两位上三次相同,后两位只能 7,0.数 53970 就有二位上相同,因此只能在一位上有三次相同.这样一来还有三位都必须有两次相同.现在已能得出结论,最后两位是 71 或 90.但有数 22171,最后两位只能是 90.去掉所有十位是 9,和个位是 0 的数(在其它各位上不能再有与电话号码相同的数),还留下五个数

4 4 3 5 6
2 5 7 3 1
2 2 1 7 1
9 0 3 8 9
8 6 0 7 5

万位上有两次相同,只有数字 2;百位上有两次相同,只有数字 3,千位上的一次相同只能是最后一位数的千位数 6.

14.

	甲	乙	丙	丁	戊
英语	5	4	3	2	1
数学	5	4	3	2	1
历史	5	2	3	4	1
物理	4	1	3	2	5
语文	5	4	1	2	3

由题意,五个人的总分之和为 75.甲总分为 24 分,则乙、丙、丁、戊四人总分之和为 51 分.由(4)戊最少要得 11 分,由于戊的总分最低,所以乙、丙、丁、戊的总分只能分别是 15,13,12,11 分.由此可知戊的英语、历史、数学成绩均为 1 分,甲的总分为 24 分,可推出甲的成绩是有四科为 5 分一科为 4 分.已知戊物理得 5 分,所以甲物理得 4 分.再由丙总分为 13 分,且有四科得分相同,可推出丙四科 3 分一科 1 分.由戊语文得 3 分,所以丙语文得 1 分.丁总分为 12 分.由于全部的 5 分、3 分和四个 1 分都被其他人所得,所以丁的各科成绩只能都是偶数分,且只能是四科 2 分,一科 4 分,由条件(5),丁历史得 4 分,由此推出乙的各科成绩为:英语 4 分,历史 2 分,数学 4 分,物理 1 分,语文 4 分.